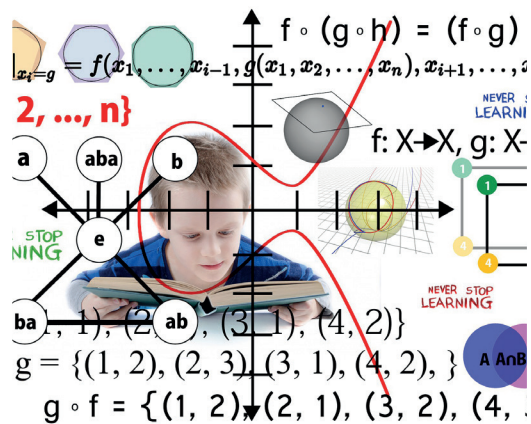


BIULETYN EDUKACYJNY WODN W ZGIERZU NR 5

ISBN 978-83-950681-4-0



The collage contains the following elements:

- Top Left:** A block diagram of a system with input U_1 , a block Z_L , and output U_2 . The transfer function is $T(s) = \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{1+s}$.
- Top Center:** A unit circle with angles θ and ϕ . The point $e^{j\theta}$ is marked on the circle.
- Top Right:** A 3D vector diagram with axes a , b , and c . The vector a is along the x -axis, b is along the y -axis, and c is along the z -axis. The angle between a and b is θ .
- Middle Left:** A 2D vector diagram with axes a and b . The vector a is along the x -axis, and b is at an angle θ to the x -axis. The magnitude of b is $|a \times p|$.
- Middle Right:** A complex plane plot with a pole at $s=0$ and a zero at $s=-1$. The transfer function is $T(s) = \frac{1}{1+s}$. The unit circle is shown with angles θ and ϕ .
- Bottom Left:** A unit circle with angles α and β . The point $e^{j\alpha}$ is marked on the circle.
- Bottom Center:** A quadratic equation $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2}$.
- Bottom Right:** A 3D vector diagram with axes a , b , and c . The vector a is along the x -axis, b is along the y -axis, and c is along the z -axis. The angle between a and b is θ .



SPIS TREŚCI:

Wstęp	3
ARTYKUŁY:	
Matematyka Królową Nauk? <i>Dorota Kraska</i>	4
Aktywne uczenie matematyki w klasach I-III..... <i>Małgorzata Wójcik</i>	7
Coś między trzy a cztery – interdyscyplinarna wartość liczby π <i>Lidia Leśniewicz</i>	10
Matematyka pięknej twarzy. <i>Dr Cezary Marasiński</i>	13
„Ziarenka matematyczne” – rozwiązywanie problemów matematycznych..... <i>Dorota Kraska</i>	17
O literackich związkach „Alicji...” z matematyką..... <i>dr Alicja Matusz-Rżewska</i>	19
Z praktyki szkolnej.....	22
Muzyka i matematyka..... <i>Ewelina Bień</i>	24
e-Nauczyciele i e-Uczniowie we współczesnym świecie..... <i>Robert Podgórski</i>	27
Świąteczna Matematyka..... <i>Agnieszka Olczyk</i>	29
Książki poświęcone matematyce.....	31

Biuletyn Edukacyjny WODN w Zgierzu**Wydawca:**

Wojewódzki Ośrodek Doskonalenia Nauczycieli w Zgierzu
ul. 3 Maja 46

Adres redakcji:

95-100 Zgierz, ul. 3 Maja 46
e-mail: sekretariat@get.edu.pl
tel./fax 42 716 24 72 w. 28

Zespół redakcyjny:

mgr Joanna Sędzicka (redaktor naczelny wydania)
mgr Dorota Kraska (z-ca redaktora)
mgr Małgorzata Figura (skład i łamanie)

Zasady publikacji w Biuletynie Edukacyjnym WODN w Zgierzu

Tekst należy przesłać w na adres mailowy redaktora naczelnego w wersji elektronicznej (WORD). Zdjęcia należy przesłać w formacie JPG, podać ich autora/źródło oraz zgodę na ich obróbkę cyfrową oraz publikację. Publikacje muszą mieć charakter autorski: tekst jest autorstwa wyłącznie osób wskazanych jako jego autorzy. Niedopuszczalne jest wykorzystanie w artykule pracy innych osób bez odpowiedniego podania źródła.

O przyjęciu lub odrzuceniu materiału do publikacji decyduje Zespół Redakcyjny. Redakcja zastrzega sobie prawo do wprowadzenia w tekstach przeznaczonych do publikacji zmian językowych i redakcyjnych. Publikowanie materiału może zostać uzależnione od przyjęcia przez autora zmian w tekście, w miejscach wskazanych przez osobę dokonującą korekty. Autorom publikowanych artykułów nie przysługuje wynagrodzenie za publikację.

Pismo wydawane jest w wersji papierowej i elektronicznej na stronie WODN w Zgierzu. Pismo w wersji papierowej rozprowadzane jest bezpłatnie wśród nauczycieli i pracowników oświaty.

Na okładce wydania wykorzystano zdjęcia ze stron pikrepo i pixabay.

ZAMIAST WSTĘPU...

Kolejny numer Biuletynu Edukacyjnego, którego wydawcą jest Wojewódzki Ośrodek Doskonalenia Nauczycieli Matematyki w Zgierzu, poświęcony jest – szeroko rozumianej – edukacji matematycznej.

W życiu codziennym ludzi – a w szczególności uczniów – dzieli się na tzw. „umysły humanistyczne” i „umysły ścisłe”. Pierwsi określani są jako ci, którzy mają problem z uczeniem się matematyki.

Popatrzmy jednak na definicję człowieka – humanisty. Najbardziej znany humanista to Leonardo da Vinci. Czy możemy stwierdzić, znając jego życiorys i twórczość, że miał problemy z matematyką? Na pewno nie! Znani są również inni artyści, którzy czerpali z dokonań matematyki. Maurits Cornelis Escher, Salvador Dali, Wiliam Blake, Albrecht Dürer – to tylko niektórzy spośród wielu.

Unia Europejska, definiując kompetencje kluczowe, jako niezbędne do sprawnego poruszania się po rynku pracy i w życiu codziennym, nie zapomniała o kompetencjach matematycznych, opisując wiedzę, umiejętności i postawy z zakresu tej dziedziny wiedzy.

Autorami artykułów w tym numerze są nauczyciele różnych specjalności. Wszyscy zauważają ogromne znaczenie matematyki w swojej dziedzinie.

Zachęcamy do uważnej lektury wszystkich zamieszczonych tekstów. Być może któryś z Czytelników będzie chciał zamieścić swoje uwagi o nauczaniu i uczeniu się matematyki lub polemizować z tekstami poszczególnych autorów. Być może ktoś chciałby podzielić się doświadczeniem dotyczącym wykorzystania matematyki w swojej pracy dydaktycznej. Prosimy o listy (d.kraska@get.edu.pl). Matematyka jest na tyle ważna, że warto poświęcić jej jeden z kolejnych numerów naszego biuletynu.

*Dorota Kraska, nauczyciel – konsultant
Wojewódzkiego Ośrodka Doskonalenia Nauczycieli w Zgierzu*

WODN

Dorota Kraska

nauczyciel – konsultant WODN w Zgierzu

MATEMATYKA KRÓLOWĄ NAUK?

„Każdy normalny uczeń jest zdolny do poprawnego rozumowania matematycznego, jeśli odwołamy się do jego aktywności i jeżeli uda nam się usunąć zaburzenia emocjonalne, które często wywołują uczucie niższości na lekcjach z tej właśnie dziedziny wiedzy.”

Jean Piaget

Dla mnie osobiście tytuł tego artykułu nie powinien być sformułowany w formie zapytania.

Matematyka, jako przedmiot nauczania, znalazła się jednak w centrum uwagi wielu instytucji zajmujących się efektywnością nauczania.

Najwyższa Izba Kontroli w lutym 2019 roku opublikowała raport „Nauczanie matematyki w szkołach”.

Powodem, dla którego akurat ta instytucja zajęła się tym obszarem edukacji, były:

- najniższy poziom zdawalności na egzaminie maturalnym (również niskie wyniki osiągnięte przez maturzystów zarówno na poziomie podstawowym, jak i rozszerzonym),
- sygnały ze strony rektorów uczelni wyższych o niskim poziomie umiejętności matematycznych studentów,
- istotne znaczenie umiejętności matematycznych we współczesnym świecie,
- analiza raportów z badań prowadzonych przez Instytut Badań Edukacyjnych,
- liczba rocznych ocen niedostatecznych (zbyt wysoka) oraz celujących (zbyt niska) w porównaniu z ocenami z innych przedmiotów na każdym etapie nauczania, wysoka liczba egzaminów poprawkowych z matematyki.

W raporcie można przeczytać, że nauczanie matematyki odbywa się bez podziału na grupy. Dominują metody tradycyjne – nauczyciel prezentuje nowe treści na tablicy a następnie uczniowie kolejno rozwiązują podobne do siebie przykłady. Nauczyciele zbyt

szybko wprowadzają nowe treści zawarte w podstawie programowej, dyrektorzy szkół nie planują w arkuszu organizacyjnym zajęć wyrównawczych czy zajęć dla uczniów zdolnych. Raport wspomina również o brakach w wyposażeniu pracowni matematycznych (o ile takie istnieją) w odpowiednie środki dydaktyczne. Najważniejsze jednak jest to, że 30% uczniów (łącznie – wszystkie etapy edukacyjne) korzysta z korepetycji, jako gwarancji uzyskania lepszej oceny z matematyki, lub uzyskania wysokiego wyniku na egzaminie ósmoklasisty lub egzaminie maturalnym.

Wnioski z raportu dedykowane są MEN oraz organom prowadzącym:

- przegląd materiałów dydaktycznych, w tym programów nauczania matematyki pod kątem efektywnej realizacji podstawy programowej,
- monitorowanie realizacji podstawy programowej nauczania matematyki w szkołach w zakresie adekwatności treści i liczby godzin oraz ewentualne podjęcie działań korygujących,
- wsparcie metodyczne nauczycieli matematyki,
- upowszechnienie indywidualnych form pracy z uczniem,
- kreowanie pozytywnego wizerunku nauczania matematyki,
- stworzenie możliwości organizacji lekcji matematyki w podziale na grupy, odpowiednio do poziomu umiejętności uczniów,
- rozszerzenie oferty zajęć pozalekcyjnych z matematyki, w tym wyrównawczych oraz zajęć dla uczniów uzdolnionych matematycznie.

Kolejne badania (wspomniane w raporcie NIK) przeprowadził Instytut Badań Edukacyjnych. Było ich wiele w latach 2011 – 2015). Dotyczyły one nauczania matematyki w szkole podstawowej i gimnazjum oraz kompetencji matematycznych różnych grup wiekowych uczniów. Wnioski z badań miały wspólne wnioski:

- Podczas lekcji rozwiązywane są głównie zadania typowe. Zadania problemowe (13%) rzadko były rozwiązywane w klasie – występowały głównie w pracy domowej.
- Lekcja jest tak zaplanowana, że nie ma na niej miejsca na własne dociekania i odkrycia uczniów. Uczniowie rzadko przekazują swoje własne pomysły, swój inny sposób podejścia do problemu. Zadawanie pytań przez uczniów występuje sporadycznie.
- Cała klasa pracuje nad tym samym zadaniem, a nauczyciel zadaje bardzo szczegółowe pytania pomocnicze, które są właściwie wskazaniem, jaki kolejny drobny krok ma wykonać uczeń.
- Niemal wszystkie komunikaty skierowane są od nauczyciela do ucznia, a uczniowie mają podążać za tokiem rozumowania nauczyciela lub naśladować wcześniej przez niego rozwiązany przykład.
- Nauczyciele narzucają uczniom jeden (swoj) sposób rozwiązania problemu.
- Nauczyciele unikają zadań wymagających rozumowania i mających wiele poprawnych strategii rozwiązania, zadania algorytmiczne stanowią główną oś nauczania matematyki.
- Nauczyciele sporadycznie stosują pracę w grupach lub nawet pracę w parach.

A tymczasem?

Począwszy od 2003 roku prowadzone są badania PISA/OECD. Odbývają się co trzy lata i sprawdzają rozumienie czytanego tekstu, rozumowanie matematyczne oraz rozumowanie w naukach przyrodniczych. Badanie prowadzone jest wśród piętnastolatków. Zadania nie są jednakowe wszędzie (mimo, iż są podobne) – uwzględniają podstawę programową poszczególnych krajów świata. Ostatnie badanie odbyło się w 2018 roku, a jego wyniki zostały opublikowane w styczniu 2020 roku.

Odniosę się oczywiście do wyników Polski w zakresie rozumowania matematycznego. Na początku było źle. Radziłyśmy sobie tylko z zadaniami wymagającymi stosowania algorytmów. Potem –

z badania na badanie – było coraz lepiej. Z przyjemnością przeczytałam ostatni raport. Nasi uczniowie uzyskali 10. miejsce (w badaniu wzięło udział 78 krajów). Z raportu wynika, że znakomicie poradziłyśmy sobie również z zadaniami problemowymi. „Zadania tego typu stanowiły w roku 2003 dla polskich uczniów duży problem: znacznie lepiej wypadali oni w zadaniach odtwórczych, wymagających zastosowania znanego sposobu postępowania, wyćwiczonego w szkole. Po zmianie podstawy programowej z matematyki w 2008 roku, rozumowanie matematyczne stało się jednym z najważniejszych celów kształcenia matematycznego w polskich szkołach. System egzaminacyjny konsekwentnie egzekwował to wymaganie, także na egzaminie gimnazjalnym. W badaniu PISA 2012 po raz pierwszy wyniki polskich uczniów w zadaniach wymagających rozumowania były takie same lub lepsze od średnich wyników w krajach OECD. Podobnie rzecz się miała w roku 2015, a badanie PISA 2018 potwierdziło trwałość tego zjawiska wśród uczniów gimnazjów.”

Kolejne badanie odbędzie się w 2021 roku (wyniki zobaczymy pod koniec 2022 roku). Przystąpią do niego piętnastolatkowie – uczniowie i absolwenci ośmioletniej szkoły podstawowej. Jak będzie???

A tymczasem?

Z moich osobistych kontaktów oraz informacji uzyskanych w internecie i na facebooku wynika, że nauczyciele matematyki i ich uczniowie coraz bardziej angażują się w popularyzację matematyki. Tradycją jest masowy udział w Światowym Dniu Tabliczki Mnożenia (2 października), organizowanie uroczystości z okazji Światowego Dnia Liczby (14 marca). Organizowane są również liczne wewnętrzne konkursy matematyczne, w których mogą odnieść sukces uczniowie, którzy nie mają szans w wojewódzkich konkursach przedmiotowych (na przykład konkursy sudoku, konkursy logiczne).

Rok 2019 został ogłoszony – decyzją Senatu RP - Rokiem Matematyki. Jego ideą było „uhonorowanie polskich matematyków i ich osiągnięć, a także docenienie znaczenia tej dziedziny nauki w rozwoju społeczeństw”.

Polskie Towarzystwo Matematyczne wraz ze Stowarzyszeniem Nauczycieli Matematyki zorganizowali projekt „Fraktal na stulecie”. Pomysł polegał na tym, by ułożyć „żywy” trójkąt Sierpińskiego. Największy został ułożony na krakowskich Błoniach (wzięło w nim udział $3^8 = 6561$ uczniów szkół małopolskich). Moja szkoła, w której uczę matematyki



Zdjęcie autorstwa Anety Madalińskiej, pedagoga w II LO w Pabianicach.

– II Liceum Ogólnokształcące w Pabianicach – też wzięła udział w tym projekcie. Ułożyliśmy fraktal z $3^4 = 81$ uczniów (zdjęcie).

W kolejnych artykułach prezentuję kilka ciekawych pomysłów na lekcje matematyki. Mam ich dużo więcej, ale zapraszam na spotkania w Wojewódzkim Ośrodku Doskonalenia Nauczycieli w Zgierzu.

Od września tego roku wspiera nas także pani Agnieszka Olczyk, doradca metodyczny. Obydwie jesteśmy członkami Stowarzyszenia Nauczycieli Matematyki i chcemy dzielić się naszą wiedzą – ale przede wszystkim umiejętnościami i pomysłami – z innymi nauczycielkami i nauczycielami **wszystkich** etapów edukacyjnych.

Bibliografia:

Raport NIK - <https://www.nik.gov.pl/kontrole/P/17/026/> (ostatnie wejście: 26.11.2020)

Badania IBE - <http://ibe.edu.pl/pl/wyniki-badan> (ostatnie wejście: 26.11.2020)

Badanie PISA - <https://pisa.ibe.edu.pl/wp-content/uploads/2019/12/raport-wyniki-badan-pisa-2018.pdf> (ostatnie wejście: 26.11.2020)

Sprawozdania z projektu „Fraktal na stulecie” - <http://www.jrm2019.pl/fraktal-na-100-lecie/sprawozdania-z-ukladania-fraktala/> (ostatnie wejście: 26.11.2020)

Małgorzata Wójcik
doradca metodyczny WODN w Zgierzu

AKTYWNE UCZENIE MATEMATYKI W KLASACH I-III

Wiele dzieci obecnie boi się lekcji matematyki i poza szkołą unika wszelkich sytuacji kojarzących się z tym przedmiotem. Nie podejmuje prób rozwiązywania zadań i problemów, ponieważ nie wierzy w swoje możliwości i nie potrafi samodzielnie poszukiwać oraz boi się krytyki podczas popełniania błędów.

Zastanówmy się jak uczyć matematyki w klasach I - III.

Uczniowie nie mogą się nudzić, powinni być aktywni. Nudzą się, kiedy zadanie jest dla nich za łatwe lub za trudne, a nauczyciel odpytuje tylko tych, którzy znają odpowiedź, bądź sam jej udziela, byle pójść dalej z materiałem. Nauczyciel powinien dostosować zadania do wiedzy i umiejętności dzieci, nie tylko tych słabszych, ale zdolnych także. Aby móc to zrobić, musi mieć świadomość, jakie te umiejętności są i co wiedzą jego uczniowie.

Zanim rozpoczniemy pracę z klasą, powinniśmy zorientować się, co uczniowie wiedzą, z czym przychodzą. Mamy pewne przewidywania, z jakimi umiejętnościami trafili do nas po przedszkolu, dysponujemy też licznymi testami sprawdzającymi gotowość uczniów do podjęcia nauki w szkole. Na ile jednak one pokazują, co potrafi nasz uczeń?

Możemy np. poprosić uczniów, by narysowali na kartce jak najwięcej dużych kropek lub kresek, a potem, żeby je policzyli. Jednym zajmuje to więcej czasu, drugim mniej. Różne też są odpowiedzi – niektóre dzieci mówią, że ponad 10 lub prawie 100, inne bardzo dokładnie określają liczbę: 32, 51, 103.. Można zapytać: „A jak liczyliście wasze kropki lub kreski?” I znów padają odmienne odpowiedzi: ja po 1 (1,2,3,4,5,...) a ja po 2 (2, 4, 6, 8, ...). Ktoś inny po 10 (10, 20, 30,...) lub po pięć: (5, 10, 15,...). Dzięki temu mamy okazję dowiedzieć się dużo o umiejętnościach matematycznych swoich uczniów.

Inny przykład diagnozy: Prosimy dzieci, żeby napisały na kartce największą liczbę, jaką potrafią zapisać i przeczytać. U jednych są to liczby w zakresie

do 10, u innych trzy-, cztero- lub nawet pięciocyfrowe. Potem mają zapisać na kartce liczbę mniejszą lub większą o 1 i ją odczytywać. Dowiadujemy się, jak myślą nasi uczniowie, co już wiedzą, czy rozumieją pojęcia matematyczne.

Następnie dostosowujemy zadania do możliwości i potrzeb uczniów. Nie możemy mówić o ich aktywności intelektualnej, kiedy zajmują się zadaniami zbyt łatwymi lub zbyt trudnymi dla siebie, oraz jeżeli będą się zajmować wyłącznie zadaniami typowymi, o tej samej strukturze. Część nauczycieli uważa, że zrobienie przez ucznia zadań z każdego poziomu, niezależnie od tego, czy już go opanował, jest konieczne dla utrwalenia umiejętności. Tak więc uczeń bardzo zdolny musi i tak wykonać te same, liczne typowe przykłady i zadania, zanim otrzyma dodatkowy zestaw – na swoją miarę. Wiemy, że stworzenie takich zestawów wymaga jednak dużego nakładu nauczycielskiej pracy oraz wiedzy, zwłaszcza, kiedy w klasie mamy kilku zdolnych uczniów o różnych umiejętnościach i zainteresowaniach.

Poznanie pojęć matematycznych i nabywanie odpowiednich umiejętności przez dzieci w młodszej wieku szkolnym wymaga operowania konkretnymi, by potem przejść do czynności wyobrażonych. Dlatego posługujemy się różnorodnymi środkami dydaktycznymi. Wydawcy niektórych podręczników oferują do swych podręczników zestawy środków dydaktycznych, które wyposażone są w instrukcje wykorzystania.

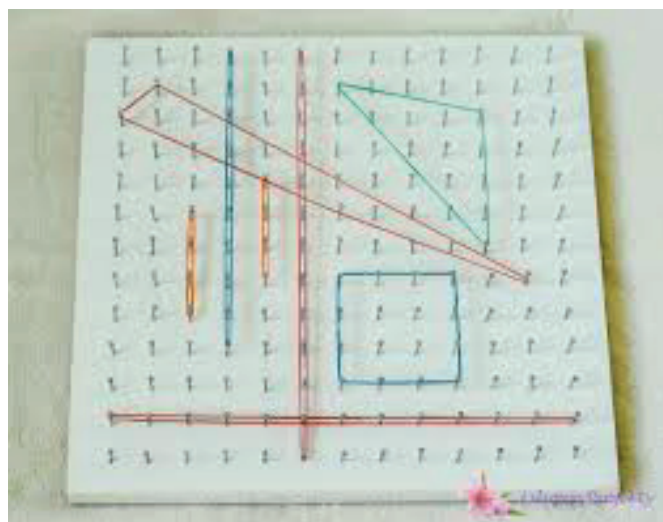
Stosując środki dydaktyczne warto zastanowić się zawsze przed ich zastosowaniem próbując odpowiedzieć sobie na pytania: Jaki jest cel pracy? Co

można wywnioskować z obserwacji pracy dzieci? Gdzie tu jest matematyka? Czy wszyscy uczniowie wykonali zadanie? Jeśli nie, to co mogło być przyczyną?

A oto przykładowe środki dydaktyczne, które mogą urozmaicić nasze lekcje matematyki:

Multiklocki – klocki typu „Multilink”

Klocki typu multilink to plastikowe klocki sześciennie, które można łączyć ze sobą z każdej strony. W ten sposób dzieci tworzą konstrukcje zgodnie z poleceniami nauczyciela, np. położyć przed sobą jeden klocek, dołączyć następny z prawej strony, przed prawym klockiem położyć kolejny, a potem na lewy klocek położyć nowy klocek itd. Dziecko tworzy własną konstrukcję z 5 klocków, a następnie opisuje ją, a inne dzieci układają zgodnie z opisem. Jest to doskonałe ćwiczenie sprawdzające i rozwijające orientację w przestrzeni.



Tangramy

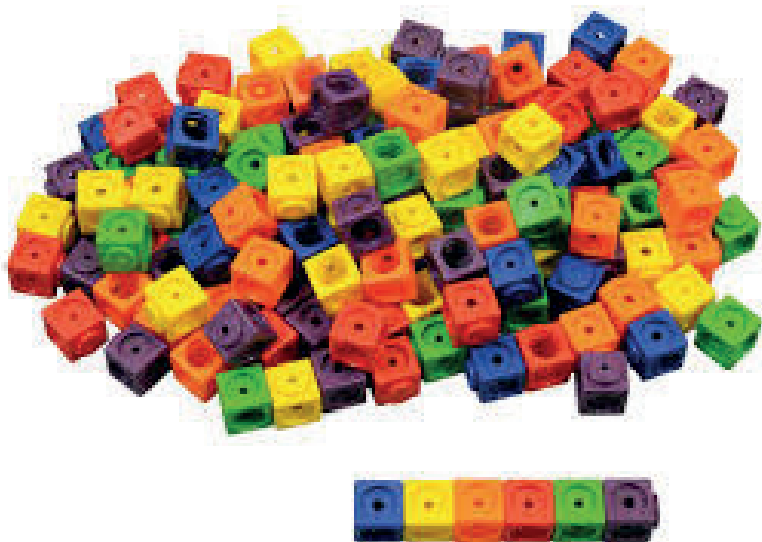
Klasyczny tangram to kwadrat, który jest podzielony na 7 części (tanów): 2 duże trójkąty, 1 średni trójkąt, 2 małe trójkąty, 1 mały kwadrat, 1 mały równoległobok. Celem tej gry jest ułożenie większego obrazka wg przygotowanego wzorca (najczęściej narysowanych konturów tego obrazka) lub własnej wyobraźni. Przy zabawie z tangramem należy pamiętać o tym, że:

- należy wykorzystać wszystkie części,
- elementy muszą leżeć obok siebie, ale nie mogą na siebie nachodzić,
- tany można obracać na drugą stronę.



Puzzle – Happy Cube

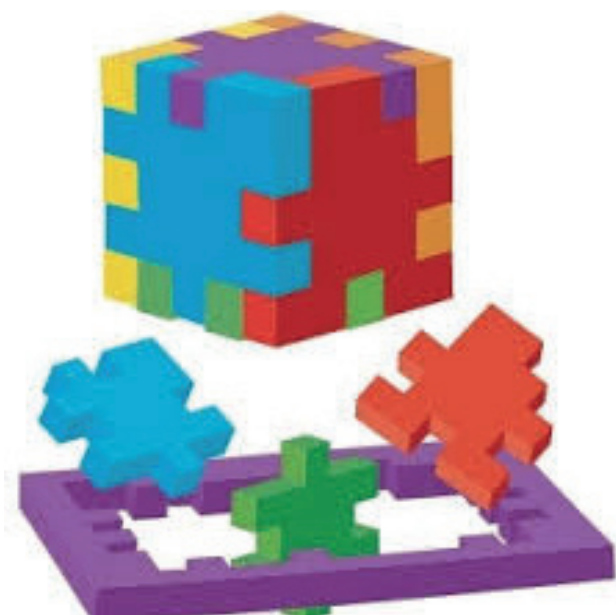
Puzzle Happy Cube to rewelacyjne zabawki edukacyjne kształtujące zdolności manualne i wyobraźnię przestrzenną. Z sześcioczęściowych puzzli



Geoplan

Podstawą konstrukcji geoplanu jest tzw. sieć kwadratowa, czyli sieć punktów, w których przecinają się linie równoległe i prostopadłe równo od siebie oddalone. Geoplan jest tabliczką, na której w punktach sieci są wystające kołeczki z główką lub gwoździki. Uzupełnieniem są kolorowe gumki, np. recepturki, które dziecko rozpina na kołeczkach, budując różne figury geometryczne i badając zależności między figurami lub ich elementami konstrukcyjnymi.

budujemy najpierw sześcian, a następnie próbujemy zmieścić poszczególne elementy z powrotem w ramce. Oprócz układania kostki, dzieci uczą się sztuki stawiania pytań, np. Czy zadanie zawsze można rozwiązać? Czy zadanie ma tylko jedno rozwiązanie? Jak zbadać, czy zadanie ma więcej rozwiązań niż jedno? Itd. Układanki występują w różnych wersjach o różnicowanej trudności i kolorystyce.



W czasie wykonywania czynności uczeń angażuje całego siebie, a więc: umysł, wolę, emocje i zmysły. Przyjmując to za fakt, nauczycielowi nie pozostaje nic innego, jak organizować zajęcia, w których uczniowie zaangażują się całym sobą, będą badać, doświadczać i działać, działać, działać... W tym celu należy:

1. Ograniczyć stosowanie metod podających, służących przekazywaniu gotowych wiadomości.

2. Stosować metody i techniki aktywizujące, sprzyjające samodzielności myślenia i działania, a także kształtowaniu pozytywnej motywacji do uczenia się.

3. Organizować tak pracę, aby uczniowie mieli okazję zaspokoić swoje potrzeby (bezpieczeństwa, uznania kontaktów społecznych, komunikacji, aktywności, samorealizacji itd.).

4. Uatrakcyjnić zajęcia poprzez wprowadzenie elementu zaskoczenia, zaciekawienia, nowości, zabawy, bo to wzmacnia zaangażowanie uczniów.

5. Wykorzystać na zajęciach odpowiednio dobrane środki dydaktyczne.

6. Tworzyć małe grupy, które wymuszają aktywność wszystkich jej uczestników i sprzyjają obiektywnej ocenie i samoocenie.

7. Tworzyć sytuacje, w których uczniowie stają się eksperymentatorami i odkrywcami.

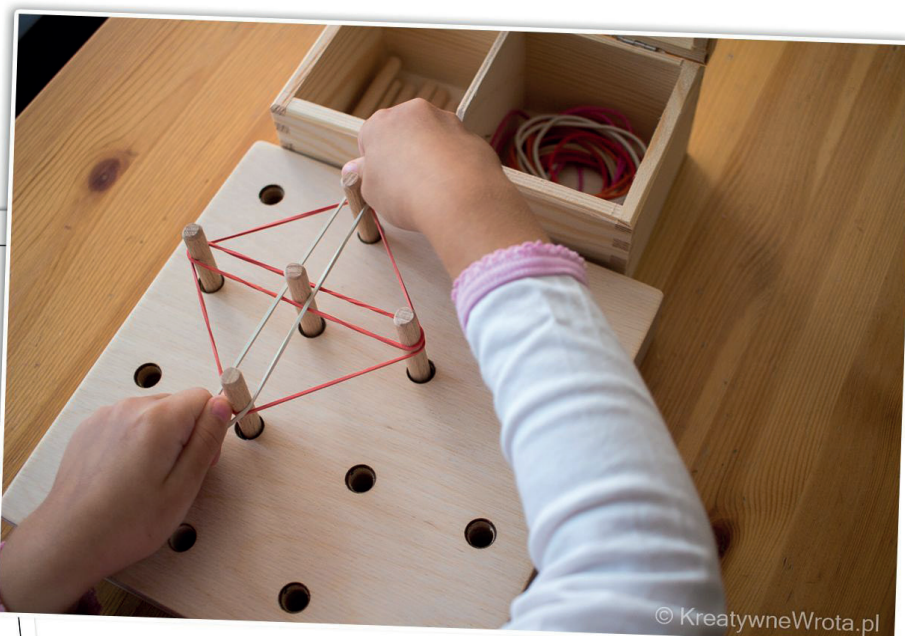
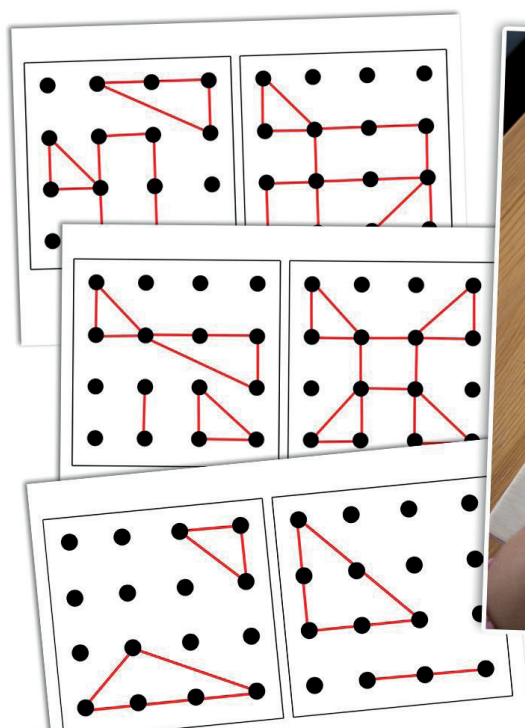
8. Zadbaj o odpowiednie zagospodarowanie przestrzeni w sali i zgromadzenie bogatego warsztatu dla ucznia.

Bibliografia:

Semadeni Z., (2015), Matematyka w edukacji początkowej – podejście konstruktywistyczne,

Klus-Stańska D., Nowicka M., (2009), Sensy i bezsensy edukacji wczesnoszkolnej, Warszawa: Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne.

Karolina Prus-Wirzbicka., (2019), Metody i techniki aktywizujące w uczeniu. /artykuł/



Lidia Leśniewicz
dyrektor WODN w Zgierzu

COŚ MIĘDZY TRZY A CZTERY – INTERDYSCYPLINARNA WARTOŚĆ LICZBY π

Z pewnością matematykowi o wiele łatwiej przyjdzie czynić na lekcji dygresje historyczne, niż historykowi dygresje matematyczne. Z doświadczenia wiem jednak, że są one niezbędnym elementem każdej ciekawej lekcji. Uczniowie oraz dorośli, którzy nie zostali matematykami, najczęściej postrzegają matematykę przez pryzmat szkolnych doświadczeń i towarzyszących im emocji. Abstrakcja, dedukcja, język symboli, ich przekształcanie były fantastyczną przygodą dla tych, którzy mieli szczęście trafić na dobrych nauczycieli. Ci, którzy boją się matematyki, mówią o lęku *przed* nieznanym i niezrozumiałym, uważając ją za hermetyczną, niedostępną dziedzinę wiedzy. Nie lubią matematyki, choć chcieliby lubić i dotknąć jej tajemnic. Jak zaciekać uczniów i jak nie stracić ich naturalnego zainteresowania matematycznym porządkiem świata?

Może warto czasami uświadomić uczniom, że matematyka nie pojawiła się ot tak, nie wiadomo skąd. Historia matematyki to historia ludzkości. Zdolność do rozróżniania liczby obiektów jest cechą gatunku ludzkiego. Elementarne operacje matematyczne powstawały więc jako odpowiedź na potrzeby i uwarunkowania danych kultur. Matematyka rozwijała się niezależnie na różnych obszarach kulturowych, co nie oznacza, że nie było zapożyczeń. Swoją matematykę miały prymitywne ludy Afryki, skąd pochodzą najstarsze zabytki zapisu matematycznego, Mezopotamia, Egipt, kultury prekolumbijskie, Indie, Chiny, Grecja, średniowieczna Arabia i Persja, oraz nowożytna Europa. Księżę matematyków, Carl Friedrich Gauss twierdził: „*Jeśli matematyka jest królową nauk, to królową matematyki jest teoria liczb*”. Liczba jest słowem najczęściej używanym w matematyce.

Dla mnie, jako matematycznego amatora, pojęcie liczby jest jasne i zrozumiałe. Jej zasób treściowy jestem w stanie na szybko zbudować. Dla matematyka pojęcie to musi współwystępować z przymiotnikiem. Bez niego jest nieścisłe, nieprecyzyjne. Są więc liczby parzyste, nieparzyste, naturalne, rzeczywiste, pierwsze, całkowite, wymierne, niewymierne a nawet urojone. Jest jednak jedna liczba, której przybliżoną wartość

zapamiętujemy na całe życie, tak jak zestaw pewnych dat wydarzeń. Wszędybyska, niepojęta, niezwykła liczba π . Otoczona kultem przez matematycznych profesjonalistów i amatorów, inspiracja dla poetów, twórców filmów, a nawet projektantów mody. Obecna w codziennym języku: ileż razy mówimy *pi razy drzwi*, *pi razy oko*, nie zastanawiając się nad pochodzeniem tych wyrażen.

Któż z nas w szkole nie próbował zapamiętać, ile wynosi liczba π ? Gdzie kończyła się cierpliwość i nasze możliwości w przyswajaniu cyfr po przecinku? Gdzieś tutaj: 3,1415926535?

Niezwykłość tej liczby polega na tym, że jest to jedna z najbardziej znanych liczb niewymiernych, której nigdy nie będziemy mogli poznać w całości i jednocześnie jedna z najstarszych. Tak więc każdą cyfrę liczby π możemy poznać, ale nigdy nie poznamy wszystkich na raz. Do praktycznych zastosowań wystarczy znajomość kilku cyfr po przecinku.

W szkole średniej uczono mnie liczby Pi. Była dla mnie jak piękny poemat napisany za pomocą cyfr. Szekspir pisał po angielsku, Szyborska pisała po polsku, Goethe po niemiecku – a kto jest autorem liczby Pi? Może Bóg? Wykorzystał ten uniwersalny język, jaki istnieje we Wszechświecie, czyli liczby. Gdy patrzę na poszczególne części liczby Pi, widzę kolory, kształty, tekstury. Tworzą dla mnie najwspanialszą, najciekawszą historię na świecie. Zdecydowałem, że wyrecytuję ten piękny poemat światu – wyznał Daniel Tammet, jeden z najbardziej znanych synestetów z objawami zespołu sawanta na świecie, obdarzony wyjątkowymi zdolnościami arytmetycznymi i językowymi, który potrafi wymienić 22 514 cyfr po przecinku liczby π ¹.

Pokolenia uczonych próbowały zdefiniować wartość i rozwikłać tajemnicę liczby, która pojawia się w historii w zaskakujący sposób i dotyczy tak wielu

1 K. Gubała, Liczba Pi to piękny poemat napisany za pomocą cyfr, <https://gazeta.us.edu.pl/node/426323>

dziedzin. Fenomenem jest to, że współcześnie określa się jej wartość wykorzystując najnowsze zdobycze technologii i uzyskując biliony cyfr po przecinku, a jednocześnie liczba ta oznacza coś tak prostego, jak stosunek długości obwodu koła do długości jego średnicy. Koło, podstawa rozwoju cywilizacji, jest natural-

p.n.e.), wykonaną przez skrybę Ahmesa. Wspomina on już o jednym z najstarszych problemów matematycznych związanych z liczbą π : o tzw. kwadraturze koła, która zaprzętała później głowę pitagorejczykom i Archimedesowi. To problem polegający na skonstruowaniu kwadratu, którego pole równe jest polu

danego koła przy użyciu wyłącznie cyrkla i linijki bez podziałki. Papirus Ahmesa podaje też sposób budowy takiego kwadratu.: „Odrzuć od średnicy jej część dziewiątą i zbuduj kwadrat o boku równym pozostałej części, będzie on równoważny z kołem”. Przepis ten daje nam przybliżoną wartość $\pi = 3,16$.

Wielu autorów opracowań historycznych z dziedziny matematyki podkreśla, że liczba π była traktowana przez starożytnych w sposób praktyczny. W felietonie prof. Ryszarda Tadeusiewicza opublikowanym w Gazecie Krakowskiej 17. 04. 2019 r. *„Fascynująca historia odkrywania liczby π ”* opisana jest ciekawa historia związana z przybyciem Napoleona do Egiptu w 1798 r. Wraz z nim pojawiło się w Egipcie 167 uczonych. Zainteresowanie ich wzbudziły nie tylko hieroglify, ale także piramida Cheopsa, która, jak wtedy ustalono, była zbudowana ok. 2560 lat p.n.e. Napoleon przypuszczając, że ma do czynienia

nym środowiskiem liczby π – o tym wiedzieli już starożytni. Również to, że wspomniany stosunek jest taki sam dla wszystkich kół, zarówno dużych, jak i małych.

Wiek π określa się na około 4000 lat. Pierwsze wzmianki o tej liczbie pojawiają się w kulturze doliny Indusu, związanej z rozwojem tekstów wedyjskich. Sulbasutry, będące przypisami do Wed, zawierają praktyczne obliczenia matematyczne potrzebne do konstrukcji ołtarzy. Znajdują się w nich między innymi określenia wartości liczby π równe $25/8$ (3.125), $900/289$ (3.11418685...) i $1156/361$ (3.202216...). Natomiast przy obliczeniach astronomicznych wartość liczby π podana jest jako $339/108$ (3.1389). Prawda, że jak na owe czasy jest to przybliżenie zdumiewające?

Słynny Papirus Ahmesa, który został znaleziony w ruinach starożytnego miasta egipskiego Teby, uznany jest za pierwszy podręcznik matematyki. Dokument ten jest prawdopodobnie kopią wcześniejszego pisma z czasów faraona Amenemhata III (1853–1807

z największą budowlą wzniesioną przez człowieka, zaczął ją dokładnie wymierzyć. Okazało się, że stosunek sumy długości dwóch boków podstawy piramidy do jej wysokości wynosi 3,1416. Określa więc on wartość liczby π z dokładnością do czterech miejsc po przecinku. Egipcjanie w trzecim tysiącleciu p.n.e. osiągnęli taką dokładność, jak w III wieku n.e. matematyk chiński Liu Hui, chociaż jego wynik bezbłędny był tylko w zakresie trzech cyfr po przecinku. Czy to przypadek, czy zasługa genialnych budowniczych, to pytanie dla łowców zagadek historycznych.

Na ślady świadczące o znajomości wartości liczby π można natrafić także w Biblii. W Drugiej Księdze Kronik, pochodzącej z V-IV w. p n e., można znaleźć słowa: *Następnie sporządził odlew okrągłego „morza” o średnicy dziesięciu łokci, o wysokości pięciu łokci i o obwodzie trzydziestu łokci*². Z opisu tego, znając wzór na obwód koła wynika, że Salomon, wznosząc

2 Biblia Tysiąclecia, s. 486, <http://www.alpha-chrzanow.pl/files/Biblia-Tysi-clecia.pdf>

świątynię, przyjął oszacowanie $\pi=3$. Zacytowany fragment Biblii jest charakterystyką tzw. „morza miedzanego”, wielkiego zbiornika wody na kapłańskim dziedzińcu świątyni Salomona w Jerozolimie.

Pierwszym matematykiem, który badał zagadnienie niezwyklej liczby był Archimedes (III wiek p.n.e.). Obliczył on jej wartość na $22/7$, ograniczając dokładność do dwóch miejsc po przecinku. W swojej pracy wykorzystał geometrię. Z tego też powodu liczbę π nazywa się stałą Archimedesesa. Z tym wiąże się także pierwsza data pierwszego Święta Liczby π , które obchodzone jest 22 lipca jako *Dzień Aproksymacji π* .

Oczywiście można wymieniać zasługi matematyków chińskich, hinduskich i arabskich – którzy szacowali liczbę π z coraz większą dokładnością. Dla mnie jednak ciekawe jest pochodzenie innej nazwy π – ludolfiny, nadanej na cześć holenderskiego matematyka Ludolpha van Ceulena – który w 1610 r. obliczył wartość liczby π do 35 miejsca po przecinku: 3,14159265358979323846264338327950288... Liczba ta wyryta została na jego nagrobku.

Sam symbol π wprowadzony został dopiero w 1706 r. przez angielskiego matematyka Williama Jonesa w książce *Synopsis Palmariorum Mathesos*. π to pierwsza litera greckiego słowa *περίμετρον* – *perimētron*, czyli obwód.

Aby zapamiętać jak najwięcej cyfr rozwinięcia dziesiętnego liczby π , stosuje się różnego rodzaju techniki mnemotechniczne. Warto je demonstrować uczniom, choćby na godzinie wychowawczej. Dla przykładu można podać tekst Kazimierza Cwojdzńskiego z roku 1930³:

Kuć i orać	3,14
w dzień zawzięcie	159
bo plonów niema bez trudu.	26535
Złocisty szczęścia okręcie	897
kołysziesz...	9
Kuć.	3
My nie czekajmy cudu.	2384
Robota	6
to potęga ludu	264

Liczba π stała się ulubienicą X Muzy i poetów. Darren Aronofsky poruszył jej temat w swoim filmie zatytułowanym *Pi*. Główny bohater jest matematykiem

badającym tajemnice liczby π próbując zrozumieć naturę świata. W literaturze imię Pi nosi bohater powieści Yanna Martela – *Życie Pi*, zekranizowanej w 2012 r. Zachwyca się nią Wisława Szymborska w wierszu „*Liczba Pi*”. Odnaleźć ją możemy też w wierszach Zbigniewa Herberta, Jerzego L. Kerna, Bolesława Leśmiana. Liczba π to także przyczyna szeregu ciekawych rekordów zapisanych w Księdze Guinnessa. W końcu jest to także jedyna liczba, która ma aż dwa swoje święta! Pierwsze, wspomniane wcześniej, 22 lipca a drugie 14 marca (3,14). W ten sposób łatwo zapamiętamy, że Albert Einstein urodził się w dzień *liczby π* : 14 marca. Liczba ta była dla niego ważna. Ponoć mówił o niej, że jest fundamentalna dla opisu wszechświata. No cóż, pojawi się ona w każdym zjawisku, które ma coś wspólnego z kołem lub obrotem, czy tego chcemy czy nie.

Warto wykorzystać te daty do organizowania w szkołach Dnia Liczby π . Można zorganizować piknik, konkurs, projekt edukacyjny, reklamę liczby π , upiec ciasto (pie). To świetna okazja, by popularyzować wiedzę matematyczną wśród uczniów i pokazać ją od innej strony. Może to szansa na interdyscyplinarną lekcję, łączącą wiedzę z matematyki, języka polskiego, historii, plastyki. Przedmioty nauczania niekoniecznie muszą być od siebie oddzielone. To nie byty samoistne, nie mające ze sobą większych związków. Transfer wiedzy, wielokierunkowy charakter poruszanych zagadnień, możliwość zastosowania innowacyjnych metod oraz wykorzystanie omawianych tematów i zagadnień w praktyce, wdraża młodego człowieka do myślenia holistycznego. Warto, ucząc jednego przedmiotu, wpłacać informacje z innych przedmiotów, bo to krok do łączenia faktów, poznawania zależności przyczynowo-skutkowych i wyciągania wniosków, a w rezultacie do wieloaspektowego zrozumienia rzeczywistości. Można przy okazji pokazać wpływ matematyki na historię, kulturę, sztukę. O tej uniwersalności matematyki pamiętajmy My, Humaniści.

Bibliografia:

- R.P. Kostecki, Krótka historia matematyki, <https://www.fuw.edu.pl/~kostecki/histmat.pdf>
W. Andryszyk, Liczba pi – Zmagania z ludolfiną, <https://histmag.org/Liczba-pi-Zmagania-z-ludolfina-6466>
B. Murawski, M. Arciszewska, A. Grygierzec, Wydział MiNI PW, Krótki Kurs Historii Matematyki, http://www.mini.pw.edu.pl/~domitrz/Liczba_pi.pdf
M. Filipowicz-Chomko, Podziwu godna liczba Pi, trzy koma jeden cztery jeden, https://www.wrotapodlasia.pl/pl/edukacja/edukacja_nauka/podziwu-godna-liczba-pi-trzy-koma-jeden-cztery-jeden.html

3 Zobacz także komentarz prof. dr hab. W. Wilczyńskiego: <https://www.math.uni.lodz.pl/dzien-liczby-pi-komentarz-pana-prof-dr-hab-wladyslawa-wilczynskiego/>

dr Cezary Marasiński
nauczyciel - konsultant WODN w Zgierzu

MATEMATYKA PIĘKNEJ TWARZY

Niedawno, oglądając telewizyjne wiadomości, dowiedziałem się, że, zdaniem pewnego znanego chirurga plastycznego, najpiękniejszą kobietą świata jest jakaś słynna modelka, ponieważ jej twarz jest niemal w 100 % zgodna ze złotym podziałem. Nie zapamiętałem ani nazwiska chirurga, ani modelki, której faktycznie piękna twarz pojawiła się przez chwilę na ekranie. Kilka sekund później był już następny „njus”. Zaintrygowany tym komunikatem o najpiękniejszej twarzy podniosłem leżący przede mną smartfon i, używając słów „najpiękniejsza kobieta świata” i „złoty podział”, wygooglowałem bez trudu szereg stron opatrzonych następującymi nagłówkami:

Bella Hadid najpiękniejszą kobietą na świecie. Ma idealne wymiary i proporcje według matematycznych obliczeń¹

Bella Hadid jest najpiękniejszą kobietą na świecie. Potwierdza to nauka²

Bella Hadid ma twarz „najbliższą ideału”. A kto znalazł się na kolejnych miejscach?³

Bella Hadid została uznana za najpiękniejszą kobietę na świecie⁴

Poczułem się w jakiś sposób zaintrygowany tą informacją, a nawet sprowokowany. Wydawało mi się żyjemy w czasach, które szczególnie cenią różnorodność i indywidualne odczucia. Dla współczesnych ludzi piękno, jest osobistym przeżyciem, a nie pięknym przedmiotem. Estetyka naszych czasów zrywa z wielkimi kanonami starożytności, które charaktery-

zowały przedmiot powszechnego zachwytu. Dzisiaj warunków przeżyć estetycznych poszukuje się raczej w umyśle odbiorcy niż w rzeczach. Co więcej mamy całą etykę, która nakazuje szanować i pielęgnować różnorodność estetycznych odczuć. Tymczasem nagłówki komunikują jednoznacznie nie tylko, kto jest najpiękniejszy, ale też powołują się na autorytet nauki.

W niniejszym artykule chciałbym odwołać się do koncepcji estetycznej, która „łagodzi” te skrajne postawy – obiektywistyczną i subiektywistyczną – ostatecznie prowadzi do pewnej ich syntezy. Nie jestem bowiem ani zwolennikiem hegemoni naukowo udowodnionego piękna, ani odrzucania starożytnych kanonów w imię wznoszenia okrzyków „każdy wszystko odbiera zupełnie inaczej, bo każdy jest inny”. Wg mnie wciąż jest możliwa dyskusja na temat piękna odwołująca się do obiektywnie istniejących zasad matematycznych. Inaczej edukacja plastyczna nie miałaby sensu. Wreszcie chciałem zachęcić Czytelników do samodzielnych prób skonstruowania *pięknej twarzy*.

Przyjrzymy się bliżej wiadomości o najpiękniejszej kobiecie świata. Pierwszy cytat pochodzi z artykułu Kamila Dachnija, opublikowanego 17.10.2019 r. na portalu Elle MAN, pod tytułem *Bella Hadid jest najpiękniejszą kobietą na świecie. Potwierdza to nauka*:

Znany chirurg plastyczny Julian De Silva połączył starożytny wzór matematyczny wyznaczający reguły piękna z nowoczesną techniką mapowania, by wybrać 10 najpiękniejszych kobiet świata 2019 roku.

Z obliczeń De Silvy wynika, że twarz 23-letniej modelki Belli Hadid jest idealna w 94,35 proc. Wszystkie elementy jej twarzy zostały zmierzone pod kątem fizycznej doskonałości. Najsilniejszy z nich okazał się podbródek, bowiem osiągnął notę 99,7 proc., czyli kształt niemal perfekcyjny. [...]

Twórca listy napisał w poście, że „zupełnie nowe techniki mapowania komputerowego pozwalają nam rozwiązać niektóre tajemnice, związane np. z tym, co sprawia, że ktoś wydaje nam się fizycznie piękny”. To

1 <https://www.glamour.pl/artykul/bella-hadid-najpiekniejsza-kobieta-na-swiecie-ma-idealne-wymiary-i-proporcje-wedlug-matematycznych-obliczen>

2 <https://www.elleman.pl/artykul/bella-hadid-jest-najpiekniejsza-kobieta-na-swiecie-potwierdza-to-nauka-191017110012>

3 <https://www.wprost.pl/prime-time/10261492/bella-hadid-ma-twarz-najblizsza-ideal-a-kto-znalazl-sie-na-kolejnych-miejscach.html>

4 <https://www.maxmodels.pl/bella-hadid-zostala-uznana-za-najpiekniejsza-kobiet-na-swiecie,a,1728.html>

właśnie tę technologię wykorzystuje przy planowaniu operacji plastycznych. A jak oblicza się matematycznie kształty twarzy? Między innymi mierzy się odcinek od linii włosów na czole do punktu między oczami, kolejny do podstawy nosa a następny spod nosa do miejsca tuż pod brodą. Jeżeli te długości są równe, to dana osoba jest uznawana za piękną.⁵

Doktor De Silva zdaje się wiedzieć, że jego ranking jest poniekąd niezgodny z duchem czasów i usprawiedliwia swoją „apodyktyczność”, zastosowaniem zupełnie nowych technik mapowania komputerowego”. To one miały rzucić nowe światło na to, co wiadomo o pięknie. Współczesna, liberalna koncepcja estetyczna nie jest jakąś modą czy przelotnym nastrojem lecz wiedzą. Jak podaje podręcznik do filozofii dla szkół ponadgimnazjalnych klasyczna, starożytna teoria, głosząca m.in., że piękno wynika z proporcji i jest racjonalne i obiektywne, została ostatecznie „pokonana” i odrzucona w epoce romantycznej, która głosiła, że ludzkość jest prowadzona przez genialnych artystów, którzy stwarzają nowe standardy piękna i przekazują je ogółowi. Gdy zakończyła się wiosna ludów zaczęto traktować piękno bardziej indywidualistycznie. Ponadto już w starożytności działali sceptycy, głoszący subiektywizm sfery estetycznej.⁶ Mówiąc inaczej, starożytne elementy matematyczne są jedną z wielu możliwości i nie muszą być obecne we wszystkim, co zachwyca. Niektórzy autorzy relacjonujący estetyczne badania Juana de Silvy wyczuwali ten mankament, jeżeli nie anachronizm. Np. artykuł ze strony GLAMOUR.PL kończą następujące zdania:

Gdyby wszyscy byli idealni, świat byłby nudny. Inne jest wyjątkowe, dlatego jest piękne. Pamiętajcie o tym.⁷

A na stronie maxmodels.pl Kamila Bińczak-Roszczypała wprost podważyła uniwersalność publikacji de Silvy:

De Silva przyznał, że ta metoda stała się niezwykle przydatna w jego pracy i jest dla niego nieocenionym

⁵ Kamil Dachnij, *Bella Hadid jest najpiękniejszą kobietą na świecie. Potwierdza to nauka*, w: Elle MAN 2019 r.:

<https://www.elleman.pl/artukul/bella-hadid-jest-najpiekniejsza-kobieta-na-swiecie-potwierdza-to-nauka-191017110012>

⁶ Por. M. Bokinić i S. Zielka, *Spotkania z filozofią. Podręcznik do filozofii dla liceum ogólnokształcącego i technikum*, Nowa Era, Warszawa 2019 r.

⁷ Autor: Redakcja, *Bella Hadid najpiękniejszą kobietą na świecie. Ma idealne wymiary i proporcje według matematycznych obliczeń*, w: GLAMOUR.PL, 2019 r.:

<https://www.glamour.pl/artukul/bella-hadid-najpiekniejsza-kobieta-na-swiecie-ma-idealne-wymiary-i-proporcje-wedlug-matematycznych-obliczen>

narzędziem. Jednak, poza chirurgicznym gabinetem, sceptycznie podchodzimy do naukowego i precyzyjnego określania piękna, które jest przecież wyjątkowo trudne do zdefiniowania, a jego odbiór bardzo subiektywny. Co sądzicie o rankingu Juliana De Silvy? Zgadza się, że 23-letnia Bella Hadid to najpiękniejsza kobieta na świecie?⁸

Nowa wiedza o pięknie powinna sprawdzać się w nowym estetycznym przeżyciu. W moim przypadku jest tak, że widzę, iż Bella Hadid jest piękna, jednak nie widzę, aby jej koleżanki z dalszych miejsc rankingu były od niej brzydsze. Ale nie mam doświadczeń Doktora De Silvy. Czy mam wobec tego uznać, że jego poznanie przekracza moje i przyjąć jego autorytet. Zanim to zrobię, przyjrę się nieco złotej proporcji i kwestii „matematyczności” realnego świata.

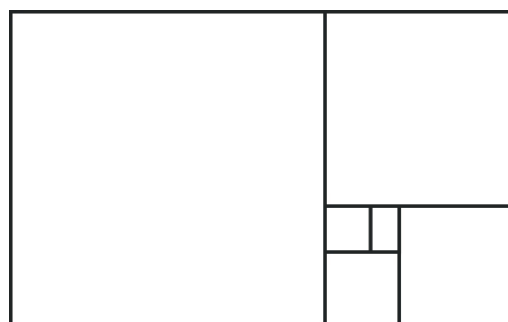
Co to jest złoty podział? Poniżej zamieszczam odcinek, który został podzielony wg złotej proporcji.



Jego dłuższa część pozostaje do krótszej w stosunku 1,61803. Jest to wynik przybliżony. Nie będziemy w tej chwili sięgać do dokładniejszych oznaczeń, tej wielkości. Warto zauważyć, że sam odcinek, podzielony według złotej proporcji, nie jest ani ładny ani brzydki. W tym podstawowym wydaniu złoty podział jest estetycznie obojętny. Przyjrzyjmy się więc innemu zapisowi:

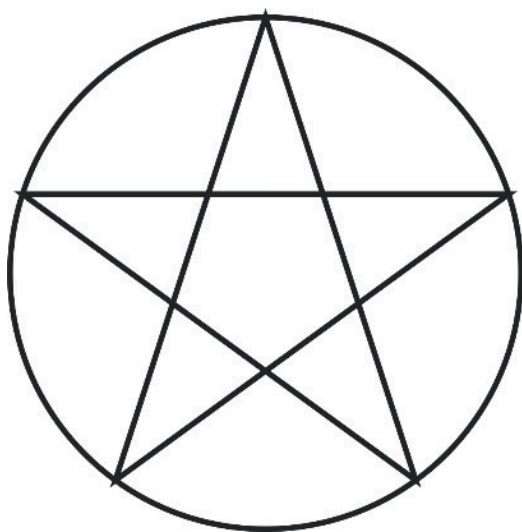
$$a : b = (a + b) : a$$

Właśnie dlatego, że wszystkie 3 długości są ze sobą zestrojone (odcinek, krótszy, dłuższy i całość) złoty podział nazywany jest harmonijnym. Ta harmonia całości i części, znajduje swój wyraz w różnych ujęciach geometrycznych. Np. wielokrotny złoty podział złotego prostokąta.



⁸ Kamila Bińczak-Roszczypała/Redakcja, *Bella Hadid została uznana za najpiękniejszą kobietą na świecie*, w: maxmodels.pl: <https://www.maxmodels.pl/bella-hadid-zostala-uznana-za-najpiekniejsza-kobieta-na-swiecie,a,1728.html>

Zdecydowanie to już jest porządek logiczny, a nawet estetyczny. Istnieje bardzo dużo figur otrzymanych w wyniku różnych zastosowań złotego cięcia. Chciałbym pokazać teraz jeszcze pitagorianę, zwaną dzisiaj częściej pentagramem, ponieważ jest to figura, którą w dalszej części wykorzystałem do samodzielnego konstruowania twarzy.



Wszystkie proste linie dzielą się wzajemnie zgodnie ze złotą proporcją.

Powyższe figury mają niewątpliwie swój urok. Może nawet są piękne, ale jest to piękno abstrakcyjne. Twarz nie jest abstrakcyjna.

Czyniąc krok od geometrii wykreślonych figur ku geometrii twarzy, należy zaznaczyć, że geometria twarzy opiera się na symetrii osiowej. I to jest chyba najbardziej konstytutywna zasada matematyczna twarzy. Moim zdaniem twarz nie musi wcale nawiązywać do zasady złotego podziału, natomiast musi być symetryczna. Nie będę jednak w dalszym ciągu rozważań szukał zasady matematycznej najbardziej konstytutywnej dla zjawiska pięknej twarzy, ale zajmę się związkiem czystej zasady z realnym bytem.

Niemal od zarania filozofii zdarzali się uczeni, którzy twierdzili, że natura zasady matematycznej i realnego bytu jest odmienna. Matematyka jest idealna i uniwersalna. Rzeczywistość natomiast składa się z bytów indywidualnych, które są niedoskonałymi przypadkami pewnych idei. Prawa matematyczne są doskonałe, ale nie są elementami rzeczywistości, a sposób ich istnienia jest sprawą wiary. Dla jednych to tylko ludzkie wyobrażenia - wytwory mózgu, dla innych boskie byty. To co rzeczywiste, przedmiotowe, jednostkowe nawiązuje do pierwiastka idealnego, „posiada” go niczym jakąś boską wewnętrzną konstrukcję, jednak samo nie jest ideą. Tak jak sama idea nie może mieć charakteru indywi-

dualnego. Podkreślę w tym miejscu, że indywidualność jest wartością; jest możliwością bycia w świecie, a nie jedynie brakiem doskonałości. Dzieje się tak ponieważ w indywidualny ma u swojej podstawy oprócz czynnika idealnego jeszcze jeden czynnik. A mianowicie chaos. Filozofowie znajdowali różne określenia dla chaosu. Archaiczny filozof Anaksymander określał go mianem apeiron, czyli bezkres. Platon, bardziej opisowo, twierdził, że w każdym bycie znajdziemy, to co nieokreślone i niezmierzone. Arystoteles łączył czynnik nieokreśloności z istnieniem bezwładnej masy. W każdym razie rola tego czynnika jest taka, że miesza się on z czystą zasadą (tak samo z matematyczną jak z moralną) i wytwarza indywidualny byt – jedną z największych tajemnic naszego świata. Indywidualny przypadek nawiązuje do zasady przywołuje ją, ale nią nie jest. Twarz jest niewątpliwie bytem indywidualnym i zachwycą jako indywidualność. Nadmierna idealizacja-geometryzacja grozi anonimowością. Zachwycamy się kimś, czyjś twarzą, dlatego zasada złotego podziału czy też inna oparta na matematyce zasada, nie występuje w twarzy w sposób tak bezpośredni. Może zostać jakoś przywołana wskazana, ale nie jest samym pięknem twarzy, która ma prawo mijać się z zasadą wdawać się z nią w grę. Ta gra jest w dużym stopniu zadaniem widza. On musi w niej uczestniczyć. Może to robić na różne sposoby zależnie od uwarunkowań psychologicznych, podłoża kulturowego. I chociaż sama przywoływana zasada jest obiektywna, to sposób odniesienia jej do twarzy należy do nas. W ten sposób filozofia obiektywnego piękna opartego na zasadach matematycznych i koncepcja subiektywnego piękna wytwarzanego przez odbiorcę, zaczynają współpracować. Wystarczyło uważniej przeczytać starożytnych nie dokonując uproszczeń i nie ulegać obiegowym interpretacjom.

Czy ta dawna wiedza o apeironie, idei i bycie indywidualnym nie traci dziś myśkłą? Bynajmniej. Najbardziej fascynujące nowe odkrycia i teorie naukowe jak teoria względności Einsteina, zasada nieoznaczoności Heisenberga, mechanika kwantowa, teoria chaosu oraz wyprzedzające te wszystkie dokonania rozważania *Przeciw determinizmowi* genialnego polskiego logika Jana Łukasiewicza, mówią że pewna nieprzewidywalność i nieregularność należą do istoty świata. Jednocześnie pojawia się wśród uczonych, co jakiś czas pogląd, że nie owa określoność rzeczywistości wynika jedynie z naszej niedoskonałości postrzegania z braku metod mierzenia go i chaos w rezultacie nie istnieje. Jest on tylko naszą niezdolnością do uchwycenia pewnych mechanicznych zjawisk, które dadzą się uporządkować i zmierzyć. Musimy tylko dokonać postępu, który wyposaży nas

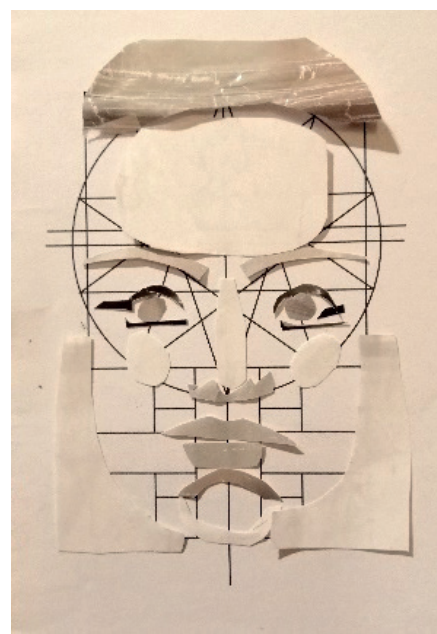
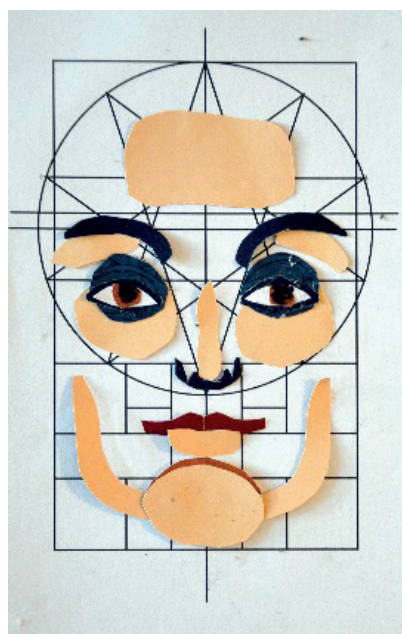
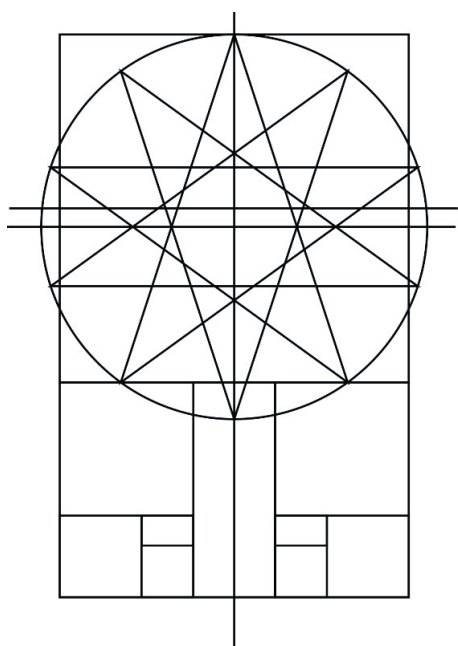
w stosowne narzędzia. Do tego „typu” należy De Silva, który mówi że dzięki najnowocześniejszym metodom zmierzył coś, co ludziom umykało, że obecność złotego podziału jednoznacznie determinuje piękno. Osobiście wierzę w świat z apeironem. Jest znacznie większy i ciekawszy niż świat mechanicznych deterministów. Jest to wielkie współczesne zagadnienie światopoglądowe, kto wie czy nie bardziej istotne niż spór o istnienie Boga.

Na zakończenie przedstawiam wykonany przez siebie schemat, służący do budowania twarzy, oparty na złotej proporcji.

Jest to złożenie złotego prostokąta i pentagramu (a właściwie 2 złotych prostokątów i 2 pentagramów.

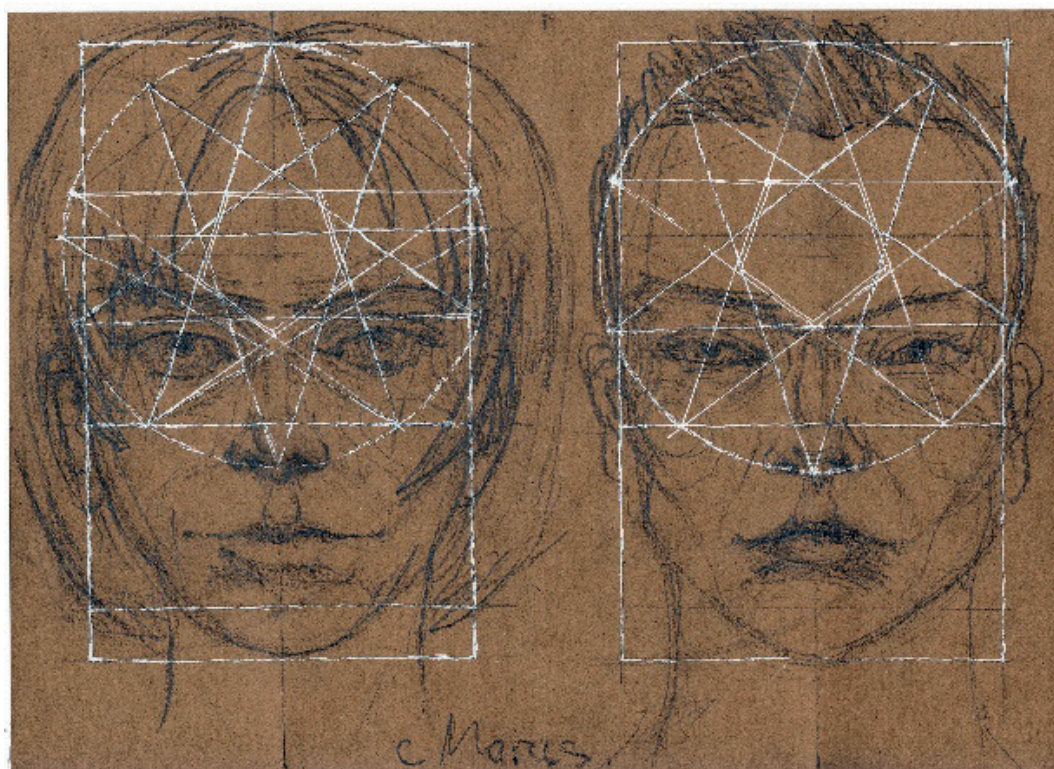
szy bok złotego prostokąta nie są identyczne. Ale ze wszystkich schematów, które „testowałem” ten wypadł najlepiej. Najważniejsze jest to, by czystość zasady geometrycznej nie zagłuszała naszych odczuć estetycznych, nie tłumila percepcji. Przedstawiam poniżej 2 własne kolaże (właściwie swobodne układanki), na których widzimy twarze „w trakcie swobodnego tworzenia” oraz rysunek sprzed kilku miesięcy, który powstał podczas „testowania” schematu. Zachęcam wszystkich do samodzielnych prób. Jeśli będą udane proszę przesłać na mój mail: c.marasinski@get.edu.pl

Ilustracje wykonane przez Cezarego Marasińskiego



Moje „urządzenie estetyczne” porządkuje płaszczyznę w sposób niejednoznaczny, nie-idealny. Twarz nie musi być tu podzielona, jak fasada budynku na kolejne złote prostokąty. Z resztą w twarzy jest nam bardzo trudno znaleźć jednoznacznie obszary. Wszystko jest ruchome. Czy brwi zaliczyć do strefy ocznej czy di czoła?

Być może pewną wadę mojego wynalazku stanowi fakt, że złote odcinki budujące pentagram i krót-



Dorota Kraska

nauczyciel - konsultant WODN w Zgierzu

„ZIARENKA MATEMATYCZNE” – ROZWIĄZYWANIE PROBLEMÓW MATEMATYCZNYCH

Ziarenka matematyczne, to bardzo sympatyczna nazwa wymyślona przez członków Stowarzyszenia Nauczycieli Matematyki, dla pewnego typu zadań – problemów matematycznych. Członkowie Association of Teachers of Mathematics (ATM) w Anglii, którzy przekazali Polsce prawa do publikacji zadań nazywali je „points” (traktowane były jako „starter”). Podczas ich rozwiązywania uczniowie (nauczyciele również) mają możliwość odkrywania, poszukiwania i weryfikowania swoich pomysłów matematycznych.

Realizowane są przy tym najważniejsze – moim zdaniem – cele edukacyjne zawarte w podstawach programowych z matematyki dla szkół:

- przyzwyczajanie do typowych elementów rozumowań matematycznych, w szczególności do stosowania pojęć takich jak: założenie, wniosek, dowód (także nie wprost), przykład i kontrprzykład,
- wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania lub otrzymanego wyniku obliczeń,
- wyrobienie nawyku samodzielnego zdobywania, analizowania i klasyfikowania informacji, stawiania hipotez i poszukiwania metod ich weryfikacji,
- kształtowanie umiejętności jasnego i precyzyjnego formułowania wypowiedzi oraz argumentowania.

Bogaty zestaw takich zadań oferuje książka „Matematyczne myślenie” Johna Masona, Leone Burtona, Kaye Stacey (WSiP, 2005) wraz ze wskazówkami dla ucznia czy nauczyciela, jak sobie z nimi radzić oraz „Ziarenka matematyczne” (SNM) – niestety, dostępne tylko

w Bibliotekach Pedagogicznych oraz niektórych („starych”) członków SNM.

Chciałabym przedstawić jeden z problemów i jego rozwiązanie. Jakie liczby mają nieparzystą liczbę dzielników? Jaka liczba ma dokładnie trzynaście dzielników? Zbadaj, które liczby mają dokładnie trzy dzielniki? A które cztery? Pięć?

Zacznijmy od tego, co wiemy. Liczby 0 i 1 nie są pierwsze i nie są złożone. Liczby pierwsze mają dokładnie dwa dzielniki, więc nie bierzemy ich pod uwagę. Rozważmy zatem liczbę dzielników kolejnych liczb złożonych. Zbierzmy te informacje w tabeli:

Liczba naturalna	Dzielniki (proszę uzupełnić)	Liczba dzielników	Liczba naturalna	Dzielniki (proszę uzupełnić)	Liczba dzielników
4		3	45		6
6		4	46		4
8		4	48		10
9		3	49		3
10		4	50		6
12		6	51		4
14		4	52		6
15		4	54		8
16		5	55		4
18		6	56		8
20		6	57		4
21		4	58		4
22		4	60		12
24		8	62		4
25		3	63		6
26		4	64		7
27		4	65		4
28		6	66		8
30		8	68		6
32		6	69		4
33		4	70		8
34		4	72		12
35		4	74		4
36		9	75		6
38		4	76		6
39		4	77		4
40		8	78		8
42		8	80		10
44		6	81		5

Wyberzmy te liczby, które mają nieparzystą liczbę dzielników. Są to:

4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, ...

I już wiadomo:

Hipoteza nr 1 – kwadraty liczb naturalnych mają nieparzystą liczbę dzielników.

Sprawdź dla większej liczby kwadratowej, np. dla 1024.

Dzielnikami liczby 1024 są: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512 i 1024. Jest ich 11 – zgadza się. Mogę przypuszczać, że moja hipoteza jest słuszna.

Przystąpię do odpowiedzi na następne pytanie: które liczby mają dokładnie trzy dzielniki? Wybiorę je z tabelki. Są to 4, 9, 25, 49, Są to liczby kwadratowe, ale nie wszystkie. Przyjrę się im uważnie.

$$4 = 2^2, 9 = 3^2, 25 = 5^2, 49 = 7^2.$$

Już wiem: podstawy potęg to liczby 2, 3, 5, 7 i są to liczby pierwsze. Mam zatem następną hipotezę:

Hipoteza nr 2 – kwadraty liczb pierwszych mają dokładnie trzy dzielniki.

Pójdę tym tropem i poobserwuję potęgi liczb naturalnych i liczbę ich dzielników. Pominę już te, o których wiem, że mają dokładnie trzy dzielniki.

Potęgi liczb naturalnych	Liczba dzielników
$8 = 2^3$	4
$16 = 2^4$	5
$27 = 3^3$	4
$32 = 2^5$	6
$36 = 6^2$	9
$64 = 2^6$	7
$81 = 3^4$	5
$100 = 10^2$	9
$125 = 5^3$	4
...	...
$1024 = 2^{10}$	11

Przyjrę się podstawom potęg. Nie pasuje mi tu $36 = 6^2$ i $100 = 10^2$, ponieważ 6 i 10 nie są liczbami pierwszymi. Porównam wobec tego wykładniki pozostałych potęg z liczbą dzielników. Znam już kolejną hipotezę:

Hipoteza nr 3 – liczba postaci p^n , gdzie p jest liczbą pierwszą, ma $n + 1$ dzielników.

Odpowiedź na kolejne pytanie postawione w zadaniu jest już łatwa.

13 dzielników ma każda liczba postaci p^{12} , gdzie p jest liczbą pierwszą. Najmniejszą spośród takich liczb będzie $2^{12} = 4096$.

Zastanowię się teraz, które liczby mają dokładnie cztery dzielniki. W tabeli jest ich bardzo dużo. Z poprzednich hipotez wiem, że są to na pewno liczby postaci p^3 , gdzie p

jest liczbą pierwszą. Ale nie tylko. Poobserwuję pozostałe z nich.

$$6 = 2 * 3, 10 = 2 * 5, 14 = 2 * 7, 15 = 3 * 5, 21 = 3 * 7, 22 = 2 * 11.$$

I mam kolejną hipotezę:

Hipoteza nr 4 – liczby, które można przedstawić w postaci iloczynu dwóch różnych liczb pierwszych, mają dokładnie cztery dzielniki.

A co się stanie, jeśli poobserwuję liczby, które mają sześć dzielników?

Tu możliwości będzie dużo więcej. Ale, ale... Przecież istnieją twierdzenia.

Twierdzenie 1:

Aby określić liczbę dzielników danej liczby wyrażonej za pomocą iloczynu potęg różnych liczb pierwszych należy do wykładników tych potęg dodać 1 i tak powiększone wykładniki pomnożyć przez siebie.

Oznacza to, że liczba postaci: $p_1^{k_1} p_2^{k_2} \dots p_n^{k_n}$, gdzie $p_1, p_2, \dots, p_n$ są różnymi liczbami pierwszymi ma dokładnie $(k_1 + 1) \cdot (k_2 + 1) \cdot \dots \cdot (k_n + 1)$ dzielników.

Teraz już pójdzie łatwo.

$6 = 1 * 6$, to znaczy, że sześć dzielników mają liczby postaci p^5 , gdzie p jest liczbą pierwszą.

$6 = 2 * 3$, to znaczy, że sześć dzielników mają liczby postaci $p_1 * p_2^2$, gdzie p_1 i p_2 są różnymi liczbami pierwszymi.

Podobnie można rozważać liczby, które mają inną liczbę dzielników.

Przedstawiony przeze mnie problem może rozwiązywać uczeń na dowolnym etapie edukacyjnym. W jakie umiejętności i wiedzę powinien być wyposażony? Powinien:

znać pojęcie liczby pierwszej i złożonej
umieć wyznaczać dzielniki liczb naturalnych
potrafić przedstawiać liczby naturalne w postaci iloczynu liczb pierwszych

I to właściwie wszystko.

Przy tak prostej wiedzy i umiejętnościach może zaobserwować wiele zjawisk dotyczących liczb naturalnych, postawić wiele swoich własnych hipotez, słowem – odkrywać matematykę. W szkole ponadpodstawowej rozwiązanie problemu w oczywisty sposób doprowadzi do twierdzenia o rozkładzie liczby naturalnej na czynniki pierwsze oraz do twierdzenia o liczbie dzielników liczby naturalnej. Uczniowie szkoły podstawowej z przyjemnością poćwiczą znajdowanie dzielników liczb naturalnych mimo, iż nie muszą odkrywać twierdzenia.

Zachęcam wszystkich Państwa do motywowania swoich uczniów do rozwiązywania ziarenek matematycznych. Skorzystają na tym wszyscy, a my – nauczyciele – zyskamy pewność, że nasz uczeń polubi matematykę i będzie dobrze przygotowany do obowiązkowej matury z matematyki.

Warsztaty prezentujące inne ziarenka – będą w ofercie WODN w Zgierzu.

dr Alicja Matusz-Rżewska
nauczyciel - konsultant WODN w Zgierzu

O LITERACKICH ZWIĄZKACH „ALICJI...” Z MATEMATYKĄ



Charles Lutwidge Dodgson, czyli Lewis Carroll, to znany wszystkim autor *Alicji w Krainie Czarów*, ale także uznany matematyk. Pisarz naukę tę studiował w Uniwersytecie Oksfordzkim, gdzie potem również pracował jako wykładowca tego przedmiotu. W ciągu całego życia napisał około 250 prac naukowych z zakresu matematyki, logiki i kryptografii. Był żywo zainteresowany zagadkami językowo-matematycznymi i grami liczbowymi. Tych Lewis

Carroll nie poskąpił czytelnikom *Alicji...*, których w powieści, a także w jej kontynuacji (*Po drugiej stronie lustra*) było mnóstwo.

W *Alicji...* roi się od gier słownych. Jedna z nich – zwana akrostychem¹ – zamyka drugą część powieści:

Ach, jak łódka fale pruje,
Lipca słońce wieczór złoci
I powolną baśń nam snuje.
Cisza, wkoło trójka dzieci,
Ekscytacja oko świeci (...)².

Obok zagadek słownych w obu częściach przygód Alicji można znaleźć niejednego związek z „królową nauk”. Nawiążę do kilku z nich.

Podczas podróży po fantastycznym świecie Alicja ma problemy z liczeniem:

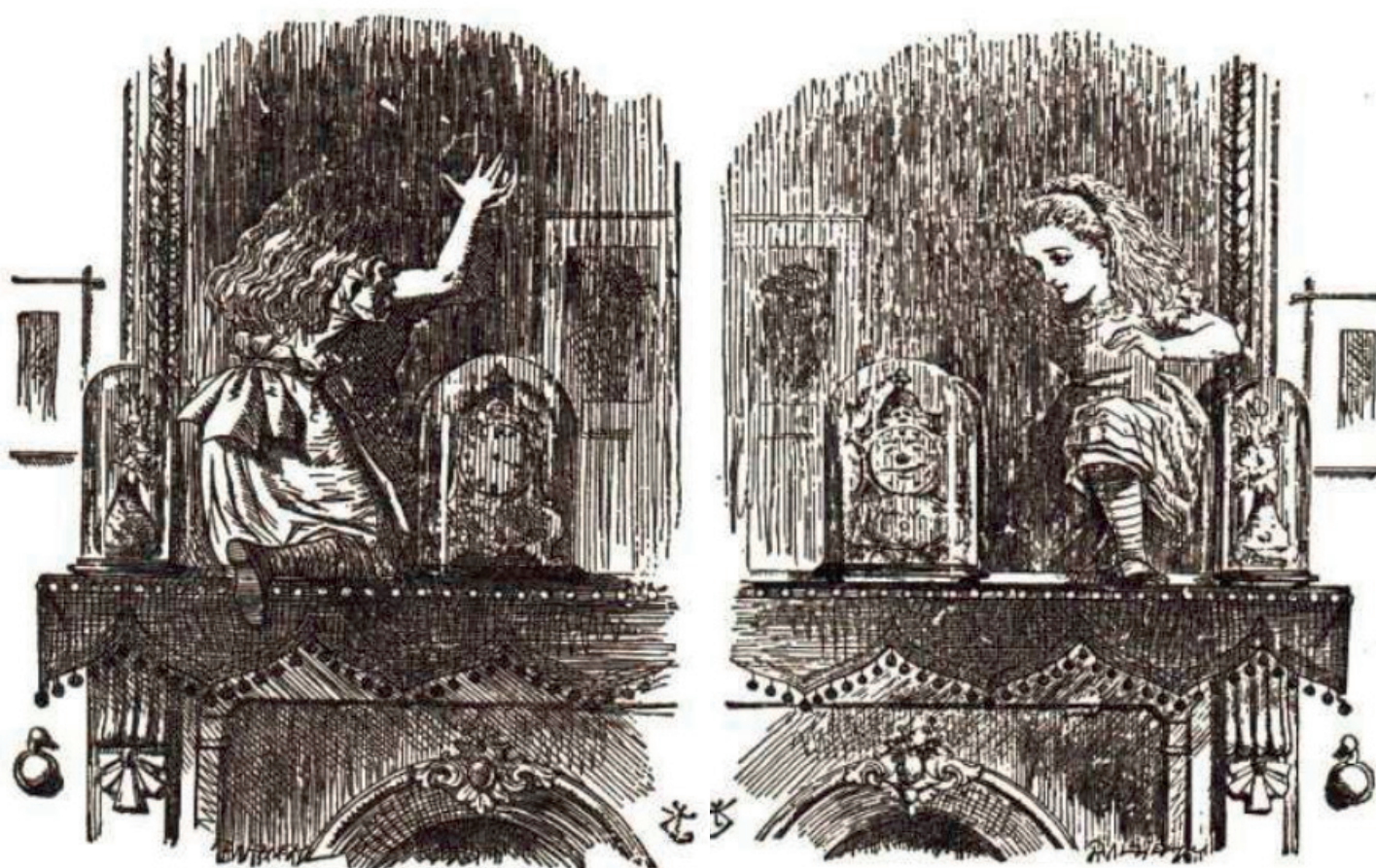
(...) cztery razy pięć jest dwanaście, a cztery razy sześć jest trzynaście, a cztery razy siedem jest... nie, wszystko źle, na pewno

Alicja denerwuje się, że nie potrafi liczyć. Myśli, że popełnia błąd. Wszystko dlatego, że przyzwyczajona jest do dziesiętnego sposobu zapisu liczb. Jednak gdy podane działania rozważy się w innym systemie numerycznym, wyniki będą prawdziwe³.

1 Utwór wierszowany, w którym początkowe litery lub słowa wersów albo zwrotek tworzą wyraz bądź zdanie, Słownik Języka Polskiego PWN, <https://sjp.pwn.pl/sjp/akrostych;2439209.html>, (dostęp: 09.09.20).

2 L. Carroll, *Przygody Alicji w Krainie Czarów*, tłum. M. Słomczyński, Nasza Księgarnia, Warszawa 2019.

3 M. Błaszkievicz, *Fikcja i poezja, ile matematyka jest w pisarzu?*, UMK, Toruń 2012.



W drugiej części przygód Alicji... autor odwołuje się do zjawiska zmiany orientacji przestrzennej wywołanej przejściem przez lustro. Stojąc tuż przed nim, bohaterka ma zegar po prawej stronie – jego położenie zmienia się jednak, gdy dziewczynka trafia na drugą stronę lustra.

W powieści nie brakuje także innych przykładów związanych ze zmianą orientacji przestrzennej. Książki, które Alicja poznaje po drugiej stronie lustra, sprawiają wrażenie, że są napisane w języku, którego ona nie zna. Ostatecznie okazuje się, że tak naprawdę (...) *to lustrzana książka! Jeśli przyłożę ją do lustra, słowa ułożą się znowu prawidłowo*⁴.

Innym przykładem na „zabawy” z orientacją przestrzenną jest trudność, jaką sprawiało Alicji przemieszczanie się po krainie – za każdym razem, gdy chciała dotrzeć do celu, trafiała do punktu, z którego wyruszyła.

- Och, to nazbyt okropne! - zawołała - *Nigdy nie spotkałam jeszcze domu, który by tak włożył w drogę!*

Działo się tak dlatego, że w tym świecie

wszystko działało wstecz. Nie należało zatem iść w obranym kierunku, lecz w przeciwnym.

Podobnie było z czasem, o czym dziewczynka przekonała się, gdy miała za zadanie pokroić placek, a on pozostawał nienaruszony.

„- *Odcięłam kilka kawałków, ale natychmiast znowu łączą się z resztą placka!*

- *Nie umiesz postępować z lustrzanymi ciastami - zauważył Jednorożec - Najpierw podaj placek, a tnij go później.*”

Ciekawymi postaciami w powieści są bracia Tweedle. Jeden z nich jest lustrzanym odbiciem drugiego.

„*Alicja nie chciała ucisnąć ręki któregośkolwiek z nich wcześniej niż drugiego, żeby nie zranić uczuć tego ostatniego, a więc (...) podała im obie ręce równocześnie.*”

W obu częściach książki można również dostrzec nawiązanie do wyższych wymiarów przestrzennych. Autor wykorzystuje koncepcję tuneli czasoprzestrzennych zaproponowaną przez Bernharda Riemanna, które łączą dwa wszechświaty: ten rzeczywisty i Krainę Czarów. W pierwszej części tym tunelem jest nora, do której wpada

4 L. Carroll, *Przygody Alicji...*

Alicja, w drugiej – lustro, przez które przechodzi bohaterka.

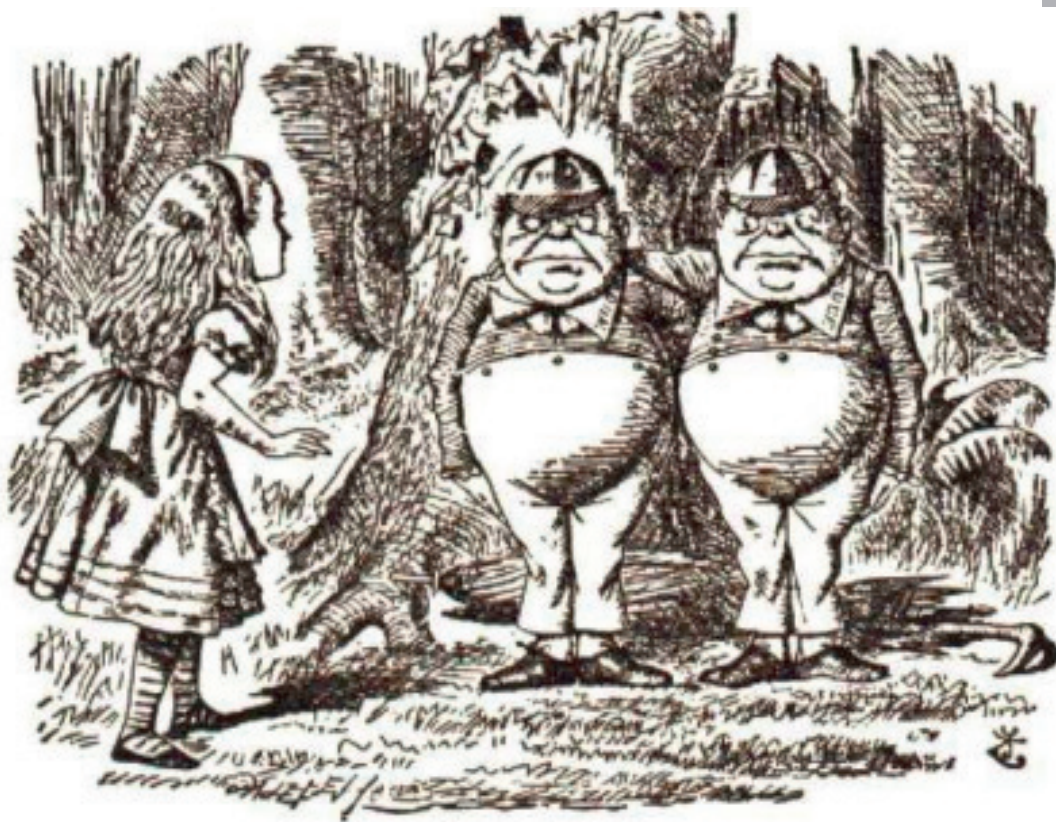
Zagadki, łamigłówki i matematyczne ciekawostki towarzyszyły Lewisowi Carrollowi od dzieciństwa. Sam był autorem wielu z nich, o czym pisał w prowadzonym przez lata dzienniku. 27 maja 1894 roku Carroll napisał:

W ostatnich dniach opracowałem kilka ciekawych zadań związanych z problemem kłamcy⁵. Jednym z nich była zagadka:

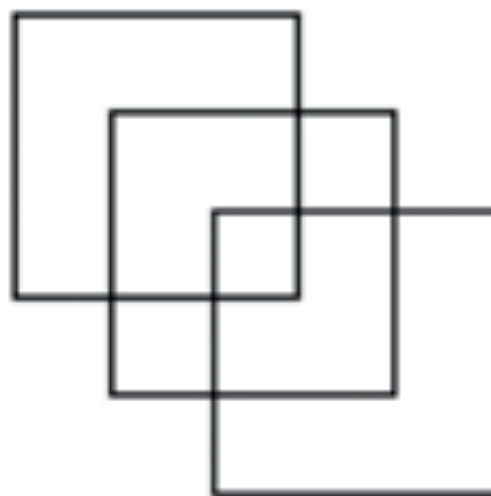
Mamy 3 panów, nazwijmy ich imionami A, B i C. Pan A mówi, że pan B kłamie. Pan B mówi, że pan C kłamie. Natomiast pan C mówi, że zarówno pan A jak i pan B – kłamią. No to kto kłamie, a kto mówi prawdę?⁶

Inną łamigłówkę (Dublety) pisarz wymyślił dla dwóch znudzonych dziewczynek⁷. Polegała ona na tym, że za pomocą ciągu wyrazów, z których każdy kolejny różni się od poprzedniego tylko jedną literą, należy połączyć ze sobą dwa słowa o jednakowej liczbie liter. Ważne jest, aby wyraz początkowy i wyraz końcowy były ze sobą w jakiś sposób powiązane. Pytanie brzmiało: Jak zamienić WODE w WINO? Rozwiązaniem jest taki oto ciąg wyrazów: WODA – WADA – WAZA – WIZA – WINO⁸.

Często przesyłanym w listach do przyjaciół Carrolla zadaniem był rysunek 3 kwadratów. Należało je odtworzyć bez odrywania ołówka od papieru, bez rysowania dwukrotnie po tej samej linii i bez przecinania już linii powstałych. Rysunek należało także zakończyć dokładnie w tym samym punkcie, w którym się go zaczęło⁹.



Przywołane powyżej przykłady zagadek i łamigłówek są jedynie drobną częścią tego, co swoim przyjaciółom i studentom na co dzień serwował pisarz. Co ważne, w łączeniu matematyki ze



słowem pisanym osiągnął mistrzostwo, o czym przekonali się czytelnicy powieści o Alicji. To nie tylko dowód na inteligencję pisarza. To również oznaka tego, że był nietuzinkowym, intrygującym człowiekiem.

Autor ilustracji: John Tenniel.

Ilustracje pochodzą z pierwszego wydania powieści Lewisa Carrolla „Alicja w Krainie Czarów” (1865)

5 M. Gardner, *Wszechświat w chusteczce. Rozrywki matematyczne, a także zabawy, łamigłówki i gry słowne Lewisa Carrolla*, Prószyński i S-ka, Warszawa 1999.

6 Tamże.

7 Tamże.

8 Tamże.

9 Tamże.

Z PRAKTYKI SZKOLNEJ

Scenariusz lekcji

Interpretacja wykresów – zadania z kontekstem realistycznym

Cele ogólne:

Doskonalenie umiejętności odczytywania danych przedstawionych za pomocą wykresów.

Doskonalenie umiejętności rozwiązywania problemów w twórczy sposób.

Kształtowanie umiejętności współpracy w grupie.

Cele operacyjne

Po lekcji uczeń potrafi: odczytać dane przedstawione za pomocą wykresu, podejmować różne role grupowe, argumentować.

Metody pracy: projekt krótkoterminowy

Formy pracy: praca w grupach czteroosobowych.

Środki dydaktyczne: instrukcja, wykres

Przebieg lekcji:

1. Czynności organizacyjne: sprawdzenie obecności, podanie tematu i celów lekcji.

2. Praca w grupach – na podstawie otrzymanego wykresu uczestnicy tworzą tekst, jaki mógłby powiedzieć w radiu komentator sportowy obserwujący dany wyścig. Warto zwrócić uwagę na czas, w jakim odbywają się poszczególne wydarzenia podczas wyścigu.

3. Prezentacja – przedstawiciel każdej z grup komentuje wyścig.

4. Omówienie pracy poszczególnych grup (pod kątem właściwej interpretacji wykresów).

5. Omówienie wykonania pracy domowej:

Zaprojektujcie własny wykres ilustrujący np. zmagania uczestników podczas wyścigów w pływaniu na 1500 metrów stylem dowolnym lub zmiennym, lub podczas innej dyscypliny sportowej. Zapiszcie własną relację do stworzonego wykresu

6. Podsumowanie lekcji, ocena aktywności poszczególnych grup.

Instrukcja dla grupy:

1. Otrzymany przez Was wykres przedstawia przebieg biegu finałowego czterech uczestników na 1500 metrów.

2. Przeanalizujcie dokładnie wykres i zastanówcie się, co spotkało poszczególnych uczestników biegu oraz jak przebiegała między nimi rywalizacja o pierwsze miejsce

3. Wyobraźcie sobie, że jesteście komentatorami sportowymi, którzy słuchaczom radiowym relacjonują przebieg całego biegu.

4. Zapiszcie Wasz pomysł na relację sportową. Zwróćcie uwagę na czas trwania poszczególnych etapów biegu.

5. Wybierzcie spośród siebie osobę, która na forum klasy przedstawi Waszą relację.

6. Pamiętajcie, że przy ocenianiu brane pod uwagę będą:

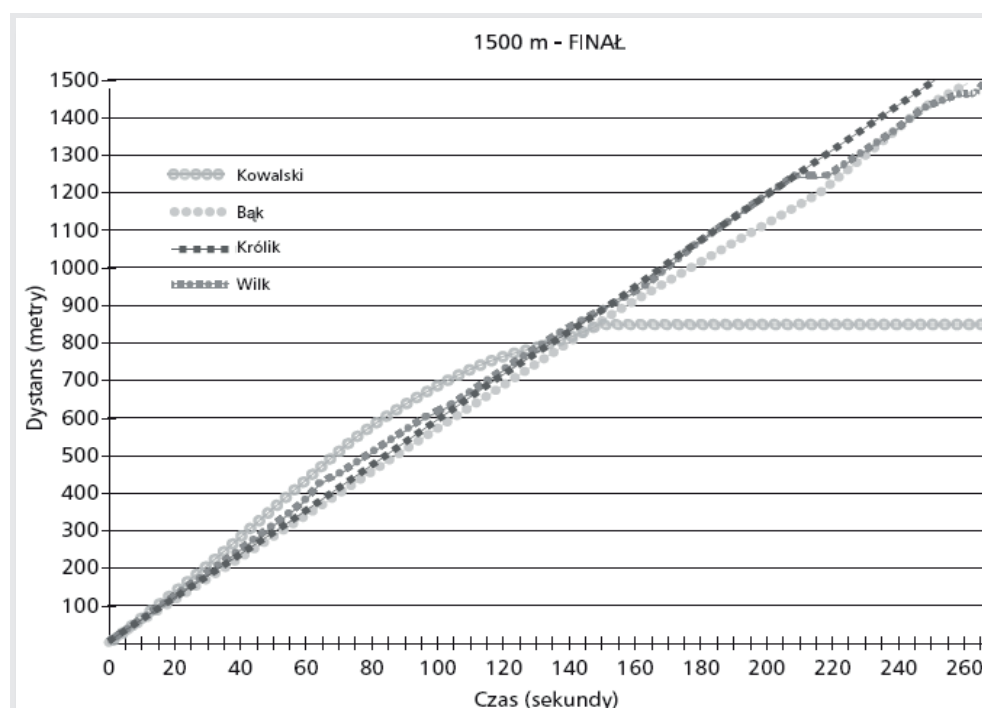
- poprawna interpretacja wykresu
- pomysłowość prezentacji
- czas prezentacji zgodny z wykresem
- samoocena pracy w grupie

Modyfikacje:

Korelacja matematyki z językiem obcym – przedstawiciel grupy komentuje wyścig w wybranym języku obcym.

Scenariusz tej lekcji powstał na podstawie warsztatu, który prowadził David Cain (były konsultant WODN w Zgierzu, Honorowy Członek Stowarzyszenia Nauczycieli Matematyki) – mój MISTRZ i MENTOR w poszukiwaniu ciekawych rozwiązań dydaktycznych na lekcjach matematyki (zmarł we wrześniu 2019 roku).

mgr Dorota Kraska



ŚREDNIAK

(propozycja scenariusza lekcji matematyki na każdym etapie edukacyjnym)

Realizowane treści matematyczne:
działania na liczbach dziesiętnych
średnia arytmetyczna

OPIS DZIAŁANIA

Zadaniem wszystkich uczniów będzie stworzenie na plakacie „średniaka klasy”, czyli człowieka o rzeczywistych wymiarach, będących średnią arytmetyczną wymiarów każdej osoby.

Rozpoczynamy od omówienia projektu i rozdania uczniom karty pomiarów do wykonania w domu (w klasie zajmuje to zbyt dużo czasu i może być dość niebezpieczne). Pamiętajmy o tym, że nasz „średniak” będzie płaski, stąd też nie interesuje nas obwód (np. ramienia), ale szerokość.

Podczas lekcji, kiedy mamy już pomiary, dzielimy uczniów na pięć grup. Dwie spośród nich będą zajmować się twarzą a pozostałe kolejno ręką, tułowiem i nogą. Każda grupa otrzymuje potrzebne jej pomiary od wszystkich uczniów w klasie i oblicza średnią arytmetyczną otrzymanych wyników. Oczywiście może to zrobić przy użyciu kalkulatora (najlepiej prostego – jest to narzędzie, do którego warto przyzwyczajać, jest dostępne na maturze z matematyki).

Ważne jest, aby grupa przed przystąpieniem do pracy zaplanowała dokładnie i skonsultowała z nauczycielem swoje działania. Pomocne tu będą odpowiedzi na poniższe pytania:
Jak usprawnić pracę grupy?
Kiedy średnia arytmetyczna liczona ze średnich jest średnią arytmetyczną?

Jak obliczyć średnią arytmetyczną ze średnich liczonych w różnolicznych grupach pomiarów?

Po zakończeniu prac pozostaje tylko powołanie grupy specjalnej, która na podstawie

otrzymanych wyników zaprojektuje i wykona plakat naturalnych wymiarów. Na pewno będzie on bardzo ważnym elementem w pracowni matematycznej.

Z moich doświadczeń wynika, że ciekawy efekt daje wykonanie postaci, w której połowa jest dziewczynką (stąd rozróżnienie płci w pomiarach włosów) w spódniczce a połowa chłopcem w krótkich spodenkach. Niestety, nie zrobiłam zdjęcia plakatu „średniaka” mojej klasy. Ważne – wszyscy go kochali i uważali za najważniejszy element dekoracji pracowni.

POWODZENIA !!!

mgr Dorota Kraska

KARTA POMIARÓW DLA UCZNIA (do wykonania w domu)
Wykonaj pomiary z dokładnością do 1 milimetra

WŁOSY		RĘKA	
Jestem: dziewczynką ☐ chłopcem ☐			
długość grzywki (od czubka głowy)		długość przedramienia (do łokcia)	
długość włosów (od czubka głowy)		długość ręki od łokcia do dłoni	
TWARZ		długość dłoni	
długość twarzy		szerokość dłoni	
szerokość twarzy (między uszami)		długość kciuka	
wysokość czoła		długość palca wskazującego	
długość nosa		długość palca środkowego	
szerokość nosa (nozdrza)		długość palca serdecznego	
długość brwi		długość palca małego	
wysokość oka			
długość oka		NOGA	
rozstaw oczu (między środkami żrenic)		szerokość uda	
wysokość ucha		długość uda	
szerokość ucha		szerokość kolana	
szerokość ust		długość łydki	
długość brody		szerokość łydki (w najszerszym miejscu)	
długość szyi		wysokość podbicia (stopy)	
TUŁÓW		długość stopy	
szerokość ramion			
szerokość klatki piersiowej			
szerokość pasa			
szerokość bioder			
długość tułowia (od linii ramion do bioder)			

Ewelina Bień
nauczyciel konsultant WODN w Zgierzu

MUZYKA I MATEMATYKA

ŚCISŁY ZWIĄZEK SZTUK NAJWYŻSZYCH W EDUKACJI DZIECI

Muzyka wpływa na wszechstronny rozwój młodego człowieka w sferze intelektualnej, emocjonalnej, fizycznej i społecznej. To formowanie osobowości dziecka poprzez różne formy edukacji muzycznej ma miejsce w szkole i w różnych instytucjach pozaszkolnych takich, jak domy kultury, fundacje, teatry i filharmonie, gdzie od niedawna organizuje się warsztaty muzyczne dla dzieci nawet nowonarodzonych. Muzyce wyznacza się istotną rolę w rozwoju dziecka, gdyż jest ona cennym źródłem subiektywnych przeżyć oraz bogatym źródłem procesów intelektualnych, kształcących pozytywne cechy ludzkiej osobowości (Przychodzińska-Kaciczak). Muzyka rozwija zdolność spostrzegania i uwagi, pamięć i wyobraźnię a także kształtuje takie procesy myślowe jak umiejętność analizy i syntezy, indukcji i dedukcji, wyciągania wniosków, abstrahowania i porównywania.

Ogromną rolę muzyki w rozwoju intelektualnym dostrzegli już filozofowie starożytni Pitagoras, Platon i Arystoteles. W ramach siedmiu sztuk wyzwolonych w starożytnej Grecji, muzyka została zaliczona do quadrivium (czterech dyscyplin matematycznych obok arytmetyki, geometrii i astronomii). **Pitagoras**, znany przede wszystkim ze słynnego twierdzenia o trójkątach prostokątnych, twierdził, że „wszystko jest liczbą”, a każdy składnik wszechświata można wyrazić za pomocą ułamków. Swe teorie popierał badaniami za pomocą monochordu – instrumentu o jednej

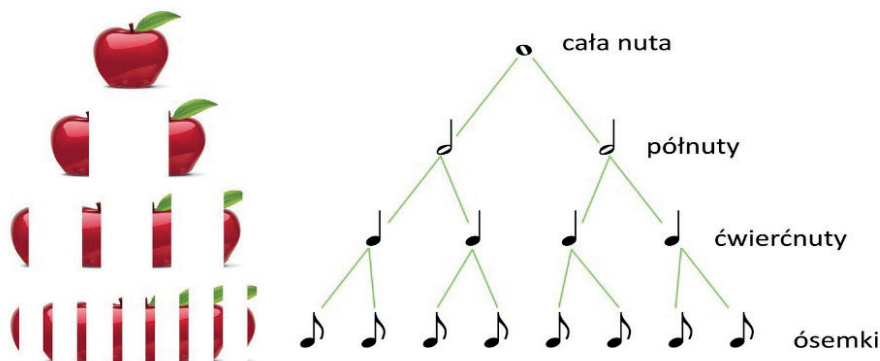
strunie, przy pomocy którego analizował zależność długości struny od wysokości dźwięku. Stwierdził, że najlepsze, tzn. „najmilsze dla ucha” harmonie wyrażone są poprzez najprostsze proporcje, którym odpowiadają ułamki mające w mianowniku kolejne liczby naturalne, a w liczniku jeden. Odkrył w ten sposób tzw. szereg alikwotów, który stanowi fundament naszego systemu muzycznego. Oczywiście w staro-

greckim systemie tonalnym, który dopuszczał współbrzmienia mniejsze niż półtony, odkrycie Pitagorasa świetnie się sprawdzało. Niestety, gdy próbujemy jego odkrycie przenieść do dobrze nam znanego (bardziej lub mniej świadomie) systemu równomierne temperowanego, tzn. takiego, którym muzycy posługują się mniej więcej od XVII wieku, pojawiają się pewne problemy. System równomiernie temperowany polega na podziale oktawy na 12 równych półtonów, co najlepiej obrazuje klawiatura fortepianu, gdzie między kolejnymi klawiszami jest taka sama odległość, a co dwunasty daje nam współbrzmienie oktawy. Ma też tę niezwykłą własność, że poruszając się po klawiaturze kwintami (7 półtonami), np. od dźwięku C, po 12 kwintach trafimy ponownie na C (ale siedem oktaw wyżej). Taki ciąg muzycy określają mianem koła kwintowego.

Możliwości integracyjne muzyki i matematyki są szerokie. Dzięki analizie formy utworu muzycznego możemy zaobserwować proste zjawiska matematyczne. Na zajęciach muzyczno-rucho-



wych dzieci poznają takie pojęcia jak położenie, kierunek, wielkość, kształt, proste figury geometryczne (Łuczak). Kompozytorzy od wieków stosowali reguły mające charakter matematyczny. Natomiast współcześni kompozytorzy używają dość często metod matematycznych pochodzących z różnych działów matematyki takich jak: teoria gier, teoria prawdopodobieństwa (tu w szczególności kombinatoryka) czy teoria grup. Przykładów korelacji muzyki z matematyką jest wiele np.: różnicowanie i nazywanie figur geometrycznych w ćwiczeniach muzyczno-ruchowych (dzieci często otrzymują polecenie, aby ustawić się w kole bądź w szeregu). Studiując zapis nutowy dzieci doskonalą umiejętność liczenia, bo każda wartość nuty to określona miara, poznają również metrum i liczą z taktowaniem na 2, 3, 4.



Budując interwały uczą się również liczenia, bo to przecież odległości między dwoma dźwiękami. Odległości między dźwiękami można mierzyć za pomocą liczby półtonów zawartych między nimi. I tak np. sekunda mała równa jest jednemu półtonowi a sekunda wielka – dwóm półtonom, itd. W Muzyce wiele jest symboli, żelaznych reguł i liczb określających częstotliwości, tempo, takty, akordy i interwały. Oto kilka przykładów zabaw i ćwiczeń:

Improwizacja ruchowa - modelowanie figur. Uczniowie swobodnie maszerują w rytm muzyki po całej sali. Na dany sygnał (dźwięk: trójkąta, talerza, tamburyna, bębenka) uczniowie dobierają się w grupy, podają sobie ręce i modelują jedną z wyznaczonych figur (kwadrat, trójkąt, prostokąt, koło). Na sygnał trójkąta - uczniowie dobierają się trójkami, podają sobie ręce i modelują trójkąt. Na sygnał talerza - dwie trójki łączą się ze sobą, uczniowie podają ręce i modelują prostokąt. Na sygnał bębenka - dzieci dobierają się czwórkami i tworzą prostokąt.

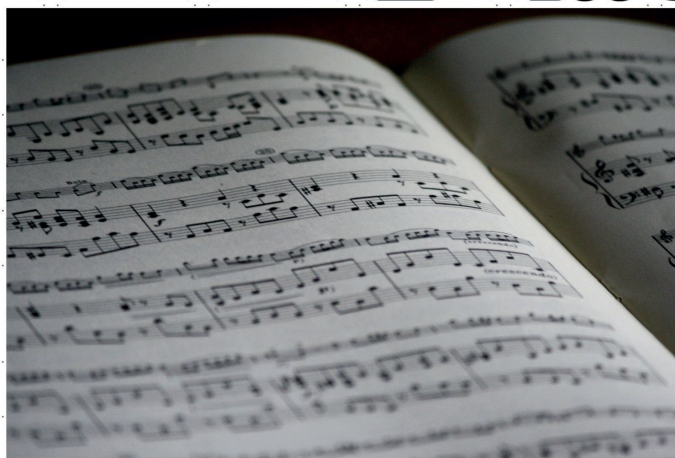
Na sygnał tamburyna - wszyscy podają sobie ręce i tworzą koło. Na zakończenie improwizacji (rytm - sygnał skocznej melodii) nauczyciel „przerywa” koło i prowadzi korowód do środka zwijającego się ślimaka.

Grające cyfry. Nauczyciel przydziela dzieciom kolejno liczby od 1 do 8 (jedną liczbę może otrzymać kilkoro dzieci). Do każdej liczby uczestnicy zabawy dopasowują odpowiednią nazwę solmizacyjną. Nauczyciel rysuje na tablicy duży prostokąt, w nim umieszcza w rozsypce kolejne znaki. Wskazanie przez prowadzącego zabawę liczby wywołuje do gry konkretną nutę, z kolei wskazanie wybranej nuty, zaprasza do gry poszczególną liczbę. Dźwięki mogą być wykonywane: głosem, na dzwoneczkach chromatycznych lub flecie prostym sopranowym.

Zadanie ma na celu zapoznanie i utrwalenie przez uczniów liczb i nazw solmizacyjnych nut. Ponadto pomoże rozbudzić u dzieci pamięć i wyobraźnię.

Zabawa „Wiążemy kółka”. W zabawie tej wywołanie liczby od 2 do 9 jest hasłem do formowania przez dzieci kółek z odpowiednią liczbą uczestników. Zadaniu towarzyszy akompaniament, gdzie rytm do marszu przeplata się z rytmem do podskoków. Przy akompaniamentcie ćwierćnutowym dzieci maszerują pojedynczo po całej sali. Po usłyszeniu zmiany charakteru akompaniamentu na rytm punktowany, podopieczni krążą w kółkach wykonując w rytmie punktowanym podskoki.

$$E=mc^2$$



Ćwiczenie rozpoczyna swobodny marsz po sali. Na hasło prowadzącego (np. cztery), uczestnicy zabawy chwytają się za ręce tworząc czteroosobowe kółka,

krążą w nich i podskakują. Gdy słyszalny staje się motyw ćwierćnutowy dzieci powracają do swobodnego i samodzielnego marszu po całej sali. Na hasło „sześć” dzieci, chwytając się za ręce, wiążą szescioosobowe kółka oraz krążą w nich i podskakują. Pozostałe dzieci (jeżeli zdarzy się - np. jedna, dwie, trzy osoby) stoją z boku klaszcząc rytmicznie. Bierni uczestnicy, gdy usłyszą muzykę w rytmie ćwierćnut, maszerują włączając się do wspólnej zabawy.

Wyobraźnia matematyczna i muzyczna mają wspólne korzenie, a nauka śpiewu czy gry na instrumencie daje równie dobre, a może nawet większe efekty w rozwijaniu abstrakcyjnego rozumowania niż np. nauka programowania. Słuchanie muzyki Bacha, Mozarta czy Beethovena poprawia koncentrację, pobudza logiczne myślenie i pozytywnie wpływa na skuteczność uczenia się. Dlatego też warto powrócić do powszechnego kształcenia muzycznego, gdzie podstawą będzie czytanie nut i gra na instrumencie, bo jak powiedział Platon „Muzyka to dusza wszechświata, skrzydła umysłu, lot wyobraźni i wszelkie życie”

Bibliografia:

- M. Bogdanowicz, D. Szlagowska: Piosenki do rysowania czyli Metoda Dobrego Startu dla najmłodszych, Gdańsk 1999
- S. Łukasik, H. Petkowska, E. Witkowska: Wesoła Szkoła - kształcenie zintegrowane w kl. I. Przewodnik metodyczny. Cz. 1, Warszawa 2000
- M. Bogdanowicz: Metoda Dobrego Startu w pracy z dziećmi w wieku 5-10 lat, Warszawa 1989
- M. Kisiel: Profilaktyka muzyczna w szkole, „Nauczyciel i Szkoła”, Mysłowice 1998
- Lipska E., Przychodzińska M., Muzyka w nauczaniu początkowym, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 1991
- Lipska E., Przychodzińska M., Drogi do muzyki, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 1999
- A. Łuczak Praca doktorska pt. Rola edukacji muzycznej w kształtowaniu pojęć matematycznych u dzieci w wieku wczesnoszkolnym, napisana pod kierownictwem prof. zw. dr. hab. Eugeniusza Rogalskiego 2003
- Wspomagająca rola działań muzycznych w kształtowaniu wybranych pojęć matematycznych dotyczących prostych figur geometrycznych w zintegrowanej edukacji wczesnoszkolnej, [w: Muzyka-Edukacja-Terapia, Zielona Góra 2010



Robert Podgórski
wicedyrektor WODN w Zgierzu

E-NAUCZYCIELE I E-UCZNIOWIE WE WSPÓŁCZESNYM ŚWIECIE

„Jedyną stałą rzeczą w życiu jest zmiana”

Heraklit z Efezu

Zmiany, zmiany, zmiany... To co wydawało się stałe i niezmiennie, od lat ugruntowane, nagle, w ciągu niespełna siedmiu miesięcy zmieniło się diametralnie. Tradycyjny, stacjonarny styl nauczania zmienił się w nauczanie onlajn... online? lub on-line? a może on line? Tak, czy inaczej zajęcia w szkole zostały zastąpione przez łącza internetowe, komputery, smartfony, tablety. No cóż, przecież zawsze chcieliśmy nowoczesności, nowinek technologicznych. Przecież bez większych problemów zaakceptowaliśmy banki online, telewizję online, zakupy online. I nadszedł rok 2020, powiedział: sprawdzam. W bardzo krótkim czasie nastąpił proces wyłączania tradycyjnego funkcjonowania placówek oświatowych. Zapadła decyzja: przechodzimy na zdalny system nauczania. Zdalny - czyli jaki? Wśród pedagogów zaczął pojawiać się chaos. Przecież nie mam komputera, dobrego internetu, nawet konta na Facebooku... A w ogóle, to tego się nie da zrobić!

Szkoły bardzo szybko zaczęły poszukiwać rozwiązań. Przecież poczta mailowa to też element zdalnej komunikacji, tak? W ostatnich miesiącach zeszłego roku szkolnego większość placówek właśnie ten „model funkcjonowania” przyjęła jako dominujący. Bardzo często nauczyciele korzystając z własnych skrzynek mailowych przesyłali uczniom prace domowe ze „swoich” przedmiotów. Przelicznik: jedna godzina zajęć = jedna przesłana praca do wykonania. W znacznie lepszej sytuacji były placówki oświatowe, które posiadały

dzienniki elektroniczne. To już wyższa szkoła jazdy. Korzystając z modułu „wiadomości” nauczyciele mogli sprawniej przysyłać prace do uczniów (o ile w dzienniku był ich adres mailowy) lub częściej - do ich rodziców, opiekunów prawnych. Oczywiście, istniały także nieliczne placówki, które wcześniej wykorzystywały już platformy edukacyjne, np. Moodle. Te dwa ostatnie miesiące ubiegłego roku szkolnego dobitnie pokazały słabość informatyczną placówek oświatowych. I to nie w zakresie wyposażenia w sprzęt komputerowy, tablice interaktywne, a w zakresie informatycznego przygotowania nauczycieli do prowadzenia zajęć z wykorzystaniem technologii komputerowej.

Okazało się, że u większości z nich „znajomość z TIK” kończy się na Wordzie i PowerPointcie. I to nie zawsze z użyciem wszystkich funkcji. Dyrektorzy placówek zaczęli zatem wprowadzać do działań dydaktycznych szkół platformy edukacyjne - Office 365, Google meet itp. Pojawiła się pierwsza „polska jaskółka” - plat-



forma e-podręczniki. Zorganizowano (nie bez problemów) pierwsze zdalne posiedzenia Rad Pedagogicznych, pierwsze zebrania z rodzicami. Powoli zaczął się zarysowywać w Polsce model zdalnej edukacji. Zdecydowanie szybciej zajęcia online poprawnie wprowadzały szkoły ponadpodstawowe. W szkołach podstawowych, a szczególnie w klasach młodszych proces ten był znacznie powolniejszy. I tak dotarliśmy do wakacji, odpoczynku od internetu, platform edukacyjnych, zdalnych spotkań. Mimo, że ktoś gdzieś mówił o drugiej fali pandemii, to przecież z drugiej strony nauczyciele słyszeli, że po wakacjach wracamy do nauki stacjonarnej... Wreszcie! I wróciliśmy..., tyle że na kilka tygodni. Co

Jak w tym wszystkim odnaleźli się nauczyciele? Rozmaicie. Większość już się przekonała, że prowadzenie zajęć online wymaga znacznie dłuższego przygotowania do zajęć, konstruowania testów online, dostosowania programu nauczania itd. Doświadczonym pedagogom znacznie trudniej przejść na ten model nauczania. Przecież od lat mieli wypracowane pewne formy, zachowania, gotowe rozwiązania. Niektórzy z nich mają problem z niezbędnym sprzętem komputerowym, słabym internetem. Przecież do tej pory nie był im potrzebny. Wielu nauczycieli nie akceptuje braku kontroli nad osobami „po drugiej stronie ekranu”, a także permanentnej „hospitacji” przez

rodziców, opiekunów swoich uczniów i tak naprawdę to jeszcze Bóg wie, kogo. Jest jednak także duże grono pedagogów, które widzi plusy takiego rozwiązania, szczególnie w tak trudnej, pandemicznej sytuacji. O której zaczynam? O ósmej? Ok, nastaw mi budzik na 7.55!

A gdzie w tym wszystkim uczniowie? No cóż. Model edukacji zdalnej nie zapewni tak dobrych wyników, jak model stacjonarny. Potwierdzeniem tego jest obniżenie wymagań podczas najbliższych egzaminów. Niektórzy uczniowie wykorzystują naukę zdalną jako dłuższe wakacje, niektórzy szukają wymówek, że nie działa mikrofon, internet, kamera itd. Nie biorą pod uwagę konsekwencji takiego postępowania, bo przecież



prawda, pod koniec wakacji Ministerstwo Edukacji Narodowej przygotowało wytyczne do ewentualnej pracy zdalnej, ale przecież to tylko na wszelki wypadek. I... stał się wypadek...

Nastąpił drugi edukacyjny lockdown. Szkoły wróciły do edukacji zdalnej. Jak się do tego przygotowały? Różnie. W tych placówkach, w których przed wakacjami wprowadzono już naukę na platformach edukacyjnych zajęcia z dnia na dzień przekierowano na model zdalny. W tych, które „przeczekwały” pierwsze zamknięcie szkół - zaczęto dopiero teraz poszukiwać rozwiązań. Trwa to niektórych przypadkach do dnia dzisiejszego. Aż trudno sobie to wyobrazić, ale ciągle jeszcze są szkoły, które zaczynają stawiać sobie te pytania, które inne zadawały sobie w ubiegłorocznym marcu... I chyba są w jeszcze trudniejszej sytuacji od tamtych. To, gdzie teraz się znajdują jest bowiem jakimś wyrazem ich lęku przed technologią, a dystans do nadrobienia się wydłużył. To tak, jak ze wszystkim na tym świecie: bogaci się bogacą - biedni biednieją.

jakoś tam będzie. Niestety, to właśnie oni tracą najwięcej. Nie wszyscy z własnej winy – nierówności w świecie to także nierówności cyfrowe. Nie zawsze było to widoczne. Oczywiście są uczniowie, którzy mogą i starają się systematycznie pracować, ale i tak z przyczyn technicznych otrzymają wiedzę okrojoną do niezbędnego minimum. A przecież nie tylko nauka ważna jest w szkole...

Z perspektywy tych ostatnich 7-8 miesięcy trzeba stwierdzić, że nauka zdalna jest lepsza, niż brak nauki. Jednakże nie zastąpi ona w całości edukacji tradycyjnej opartej na bezpośrednim kontakcie nauczyciela i uczniem. Nauczyciel, to nie do końca e-nauczyciel. To osoba, którą zmusiła sytuacja, aby skanalizować swoją wiedzę, swoje umiejętności w cyfrowy, liniowy przekaz. Niestety, niewielu to potrafi zrobić. Zatem, jak na razie, edukacja zdalna może być stosowana pomocniczo, a nie alternatywnie. Na pewno po zakończonym okresie przymusowej „dydaktyki online” niektóre z jej elementów, wypracowanych rozwiązań będzie można zaimplementować do stacjonarnej wersji edukacji. Oby stało się to jak najszybciej...

Agnieszka Olczyk

doradca metodyczny WODN w Zgierzu

ŚWIĄTECZNA MATEMATYKA

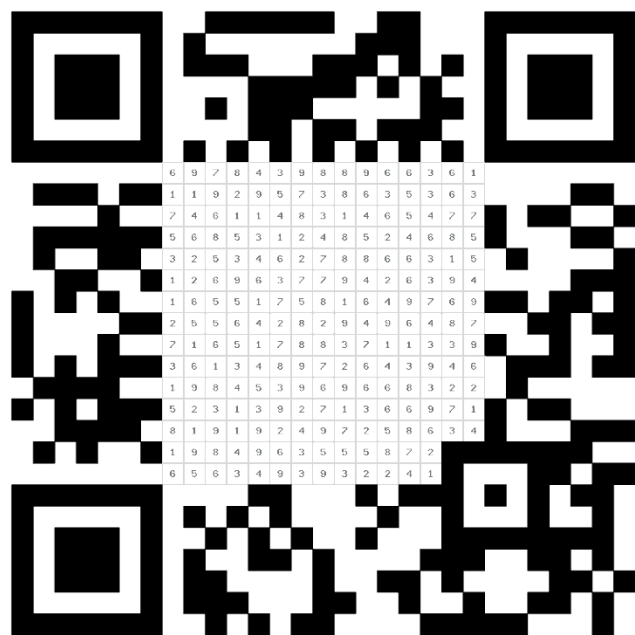
Okres Świąt Bożego narodzenia to czas radości, miłości i przebaczenia, czas miłych spotkań rodzinnych. Jest to również wspaniały moment na ukazywanie zastosowania matematyki.

Lekcje przeprowadzone w tym czasie mogłyby nie tylko wprowadzać zagadnienia z podstawy programowej, ale również poprzez stworzenie miłego, świątecznego nastroju mogły spowodować zwiększenie efektywności realizowanych zajęć.

Zauważmy, że okres przedświąteczny to wspaniały moment na wprowadzenie na przykład działań pamięciowych, pisemnych, czy też ułamków. Wykorzystując ciekawe platformy na przykład do generowania krzyżówek, czy kodów QR możemy sprawić, że matematyka nie tylko będzie trudnym problemem, ale wspaniałą przygodą.

Bardzo dobrym narzędziem może być na przykład platforma do generowania kodów do zamalowania: <https://mal-den-code.de/>

Generując kod, który zaprowadzi nas do nagrody niespodzianki pod warunkiem, że zamalujemy odpowiednie pola kodu.



Aby dowiedzieć się, które pola należy zamalować należy rozwiązać dziewięć świątecznych zadań. Prawidłowa odpowiedź wskazuje pola do zamalowania, jeśli prawidłowy wynik znajduje się na polu czarnym to komórkę należy zamalować, jeśli na białym to pozostawiamy niezamalowaną.

Oto kilka takich przykładów:

Zadanie 1- komórka nr 1

Po Polsce podczas Wigilii jeździ 50 Mikołajów. Ile paczek dostarczą jeśli każdy ma rozdać prezenty 100 dzieciom?

5000

50000

Zadanie 2- komórka nr 2

Mikołaj podczas Świąt Bożego Narodzenia odwiedza dzieci pokonując odległość 400 km. Ile kilometrów pokona 50 takich Mikołajów?

2000

20 000

Zadanie 3- komórka nr 3

Na kolację wigilijną mama zaprosiła 8 osób. Moja rodzina liczy 4 osoby. Ile pierniczków należy przygotować, by każdy mógł zjeść po trzy pierniki?

36

24

Zadanie 4- komórka nr 4

Kasia chciała zapakować prezenty. Miała 7 m wstążki. Połowę wstążki użyła by owinąć prezent mamy. Do obwiązania paczki taty użyła $\frac{2}{5}$ pozostałej części. Na brata paczkę wykorzystowała połowę tego co zostało. $\frac{2}{5}$ reszty użyła by owinąć paczkę siostry. Ile wstążki pozostało Kasi?

42 cm

63 cm

Zadanie 5- komórka nr 5

Aby upiec pierniki dla dziesięciu osób należy przygotować:
320 gramów mąki pszennej,
3 łyżki miodu
170 gramów cukru
1,5 łyżeczki sody oczyszczonej,
30 gramów masła
2 jajka
50 ml mleka
szczypta imbiru
szczypta cynamonu.
Ile kilogramów mąki należy przygotować by upiec pierniczki dla 25 osób?

8 kg

0,8 kg

Zadanie 6- komórka nr 6

Kasia i Piotruś ubierali choinkę. Zawiesili wszystkie bombki, które znaleźli w 6 pudełkach. W jednym pudełku

były 4 bombki, ale 1 była pęknięta. W drugim pudełku było sześć bombek, w trzecim 8 bombek, w czwartym było 12 malutkich, w piątym były cztery w kształcie pierniczków, a w szóstym dwie duże dla mamy i taty. Ile bombek powiesiły dzieci?

35 24

Zadanie 7- komórka nr 7

Mama kupiła Jasiowi globus. Sama kula ziemską miała średnicę 50 cm. Nóżka miała długość 30 cm. Czy mama zapakuje globus w pudełko o wymiarach 50 cm x 50 cm x 70 cm?

TAK NIE

Zadanie 8- komórka nr 8

Kasia i Piotruś zakładają światełka w ogrodzie na drzewkach. Mają 5 łańcuchów lampek: 3 po 100 żarówek i 2 po 150 żarówek. Ile razem żarówek zapali się w wigilię w ogrodzie?

250 600

Zadanie 9- komórka nr 9

Renifery św. Mikołaja zjadają dziennie po 60 kg siana każdy. Ile ton siana musi zakupić Mikołaj przed świętami, jeśli w jego stadzie jest 12 reniferów, a do świąt pozostało 10 dni?

7,2 t 72 t

Rozwiązane zadania zaprowadzą dziecko do nagrody. Jaką nagrodę otrzymasz malując kod powyżej?

Oczywiste jest, że każdy może dobrać tak zadania by odpowiadały treści realizowanego obecnie materiału.

W sieci można znaleźć coś dla młodszych dzieci, programy do rysowania, kolorowania i ciekawe krzyżówki. Dzieci rysując wspaniałe ruletki, czy spirale muszą po-

myśleć gdzie należy zacząć rysować wielokąt, czy okrąg by osiągnąć zamierzony cel. Takie narzędzia kształtują nie tylko logiczne myślenie, ale i wyobraźnię przestrzenną.

Wspaniałym narzędziem do tworzenia przedświątecznych zadań jest Genial.ly.



Utworzone prezentacje mogą przenieść nas w świat bajek, czy zabaw przedświątecznych, szablony do gier i quizów zamieszczone na platformie są doskonałym narzędziem do stworzenia świątecznej atmosfery.

Uczniowie stosując widzę, którą często już posiadają z życia codziennego mogą poczuć się ekspertami w tej dziedzinie, znajdując swoje mocne strony. W zdobywaniu wiedzy zawsze przydaje się inspirowanie nowymi koncepcjami, podejściami, a przede wszystkim interdyscyplinarnością.

Chciałbym na koniec podkreślić, że zaproponowane przeze mnie przykłady mogą nam wzbogacić zarówno lekcję stacjonarną jak i zdalną.

Ważny też jest fakt, iż postęp technologii wymusza na nas nauczycielach zmiany, gdyż nie da się uczyć na nowo starą metodą. Naszą przyszłością jest nauka poprzez doświadczenia, praktykę eksperyment i wyciąganie wniosków. Zatem tak też powinny być dobrane narzędzia by pozwalały dzieciom dostrzec ten przedmiot w swoim otoczeniu. Wykorzystując święta dajemy dzieciom możliwość nie tylko przeżycia ciekawych lekcji w miłej spokojnej atmosferze, ale i dostrzeganie potrzeby uczenia się matematyki już od najmłodszych lat.

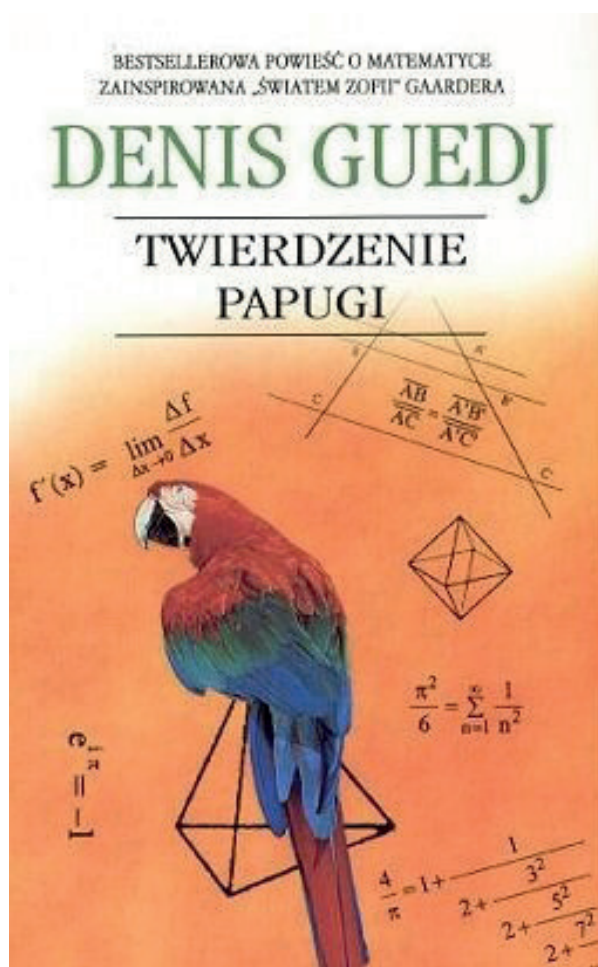


POLECAM KSIĄŻKI POŚWIĘCONE MATEMATYCE!

Twierdzenie Papugi

To piękna książka, którą napisał Denis Guedj (1940 – 2010), francuski matematyk i pisarz.

Niektórzy krytycy twierdzą, że inspiracją do napisania tej książki była lektura słynnego „Świata Zofii”. Pewien antykwariusz z Paryża otrzymał przesyłkę – książki poświęcone matematyce. Wraz z trojgiem dzieci, młodą kobietą oraz gadającą papugą czytają



Fotografia ze strony <https://lubimyczytac.pl/ksiazka/48700/twierdzenie-papugi> (ostatnie wejście 04.12.2010)

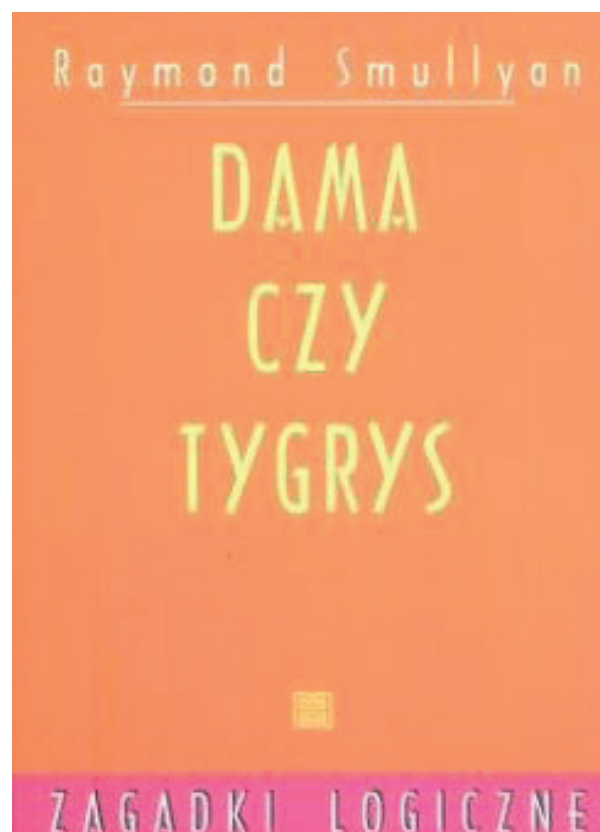
kolejne pozycje tej niezwyklej kolekcji, pomagają sobie nawzajem zrozumieć zależności matematyczne. W tle – historia kryminalna. Z kolejnym kartami książki poznajemy historię matematyki.

Nie jest potrzebna zaawansowana wiedza matematyczna, by zrozumieć, o czym bohaterowie powieści mówią i jak ilustrują kolejne, ważne twierdzenia.

W mojej pamięci pozostały historie o tym, jak zażdrosni o swoje odkrycia byli pitagorejczycy oraz o tym, jak Tales zmierzył wysokość piramidy Cheopsa. Często opowiadałem je podczas lekcji, wprowadzając swoich uczniów w świat geometrii. A oni (uczniowie) – słuchają wykładu – z „otwartą buzią”.

Dama czy tygrys

To niezwykła książka Raymonda Smullyana (jedna z wielu, które mam w swojej bibliotece). Zawiera zagadki logiczne i matematyczne o różnym poziomie trudności. Są zadania łatwe, ale też bardzo trudne, ale zmierzyć się z nimi może każdy (nie jest potrzebna zaawansowana wiedza matematyczna). Niektóre z zagadek wykorzystuję organizując w szkole turniej logiczny (na przykład podczas dni Liczby Pi).



Fotografia ze strony <https://www.empik.com/dama-czy-tygrys-smullyan-raymond,54870,ksiazka-p> (ostatnie wejście 04.12.2020)

Obydwie książki są dostępne w Bibliotece Pedagogicznej oraz księgarniach internetowych.

OFERTA PROFESJONALNEJ SZKOŁY POLICEALNEJ KWALIFIKACJI ZAWODOWYCH W ZGIERZU DOŁĄCZ DO NAS!



MARSZAŁEK
WOJEWÓDZTWA ŁÓDZKIEGO
Grzegorz Schreiber



promuje
łódzkie



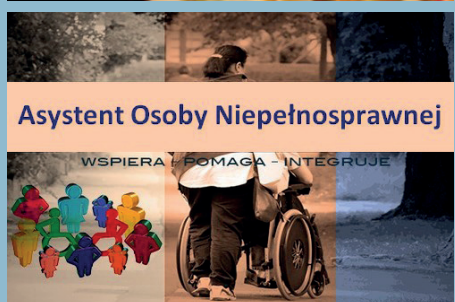
Terapeuta zajęciowy



**OPIEKUN
MEDYCZNY**



**TECHNIK
MASAŻYSTA**



Asystent Osoby Niepełnosprawnej



**Opiekun
osoby
starszej**



Technik BHP



FLORYSTA



Opiekunka Środowiskowa



Technik Usług kosmetycznych



Opiekun w Domu Pomocy Społecznej



**Technik
Sterylizacji
medycznej**



**TECHNIK
RACHUNKOWOŚCI**



TECHNIK ADMINISTRACJI



Technik turystyki wiejskiej



technik archiwista